



UvA-DARE (Digital Academic Repository)

Economische Aspecten van Afschaffing Doorsneesystematiek

Chen, D.H.J.; van Wijnbergen, S.J.G.

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Chen, D. H. J., & van Wijnbergen, S. J. G. (2017). *Economische Aspecten van Afschaffing Doorsneesystematiek*. (Netspar industry series. Occasional; No. 01-2017). Netspar.
<https://www.netspar.nl/publicatie/economische-aspecten-afschaffing-doorsneesystematiek/>

General rights

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Disclaimer/Complaints regulations

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <https://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, Singel 425, 1012 WP Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

Economische Aspecten van Afschaffing Doorsneesystematiek

Damiaan Chen en Sweder van Wijnbergen

Occasional - 01 / 2017

Economische Aspecten van Afschaffing Doorsneesystematiek^a

Damiaan H.J. Chen^b

University of Amsterdam, Netspar, DNB

Sweder J.G. van Wijnbergen

University of Amsterdam, Netspar, Tinbergen Institute, DNB

This version: June 21, 2017

Abstract

Bij een pensioenstelsel met doorsneesystematiek (DSS) betaalt elke deelnemer dezelfde premie en bouwt elke deelnemer hetzelfde op zonder rekening te houden met leeftijd ten tijde van premiebetaling. Bij een actuariel eerlijke systematiek is dit niet het geval, omdat contributies van jongeren over een langere horizon kunnen renderen dan de contributies van ouderen. Dit onderzoek laat de effecten zien van belangrijke parameters bij overgang naar een actuariel eerlijk systeem zonder DSS. We analyseren eerst een gestileerd model met drie overlappende generaties om de intuïtie te laten zien achter de economische effecten. De grootte van deze effecten laten we vervolgens in een veel gedetailleerder model zien met meerdere overlappende generaties, realistische parameters en rijkere informatie over inkomensverdeling. Uit onze basisschatting blijkt dat het overgangseffect van afschaffing DSS zo'n 37 miljard is, maar dit getal hangt sterk af van parameteraannames.¹ Voor elk cohort zijn de effecten minder dan 5% van hun totale pensioen. We gebruiken het gedetailleerdere model ook om aan te tonen dat er substantiële inkomensoverdracht van arm naar rijk plaats vindt onder DSS. Vergeleken met een DSS variant die neutraal is per inkomensgroep (arm versus rijk) wordt onder de huidige DSS zo'n 10 miljard overgedragen van arm naar rijk.

^aWij danken Netspar voor de sponsoring van dit onderzoek met de Individual Research Grant. Ook danken wij Casper van Ewijk, Marcel Lever, Sander Muns en Bas Werker voor commentaar op eerdere versies.

^bMInt/Amsterdam School of Economics, University of Amsterdam, Roeterstraat 11, 1018 WB Amsterdam, The Netherlands; e-mail: D.H.J.Chen@UvA.nl.

¹Lever et al. (2017) schatten het overgangseffect op 55 miljard. In Sectie 4.4 van dit paper geven we een viertal verklaringen voor het verschil in uitkomst. Bij het toepassen van vergelijkbare parameter- en modelaannames vinden wij een vergelijkbare uitkomst voor dit overgangseffect.

1 Introductie

De doorsneesystematiek (DSS) bestaat uit een doorsneepremie en een doorsneeopbouw die voor iedere deelnemer in een fonds gelijk is zonder rekening te houden met leeftijd ten tijde van premiebetaling. Dus onder de DSS betalen jongeren evenveel voor (onverdisconteerd) gelijke pensioenrechten als ouderen ondanks het feit dat hun contributies veel langer beleggingsrendement mogen verwachten.

In een normale markt met positieve rentes zou bij een actuariel faire benadering jongeren bij een doorsneepremie daarom meer opbouw toegezegd moeten krijgen dan ouderen om te compenseren voor het feit dat ze er langer op moeten wachten. Desondanks krijgen jongere werkenden onder DSS dezelfde opbouw voor hun premie als oudere werkenden, waardoor jongere generaties in feite de oudere generaties subsidiëren. Dit doen zij in de veronderstelling dat zij zelf wanneer ze ouder zijn op hun beurt door toekomstige generaties dan jongeren gesubsidieerd zullen worden. Jongeren geven in feite hun beleggingsrendementen op en financieren zo het teveel aan pensioenrechten voor ouderen. Op die manier introduceert de DSS een soort omslagement binnen de tweede pijler van ons pensioensysteem, zoals bestaat bij de AOW: ook daar betalen jongeren voor ouderen.

De verwachting van toekomstige contributies ter compensatie van opgegeven rendement komt neer op een impliciete schuld aan de huidige jongeren die telkens doorgeschoven wordt naar toekomstige jongeren. De DSS is ooit ingevoerd om ouderen sneller en meer pensioen te laten opbouwen tijdens de beginperiode van ons kapitaalsdekkingsstelsel (tweede pijler pensioen). Dat betekent dat de eerste generatie oudere werknemers in feite te veel gekregen heeft en de impliciete schuld kan worden gezien als de doorgerolde financieringslast van deze initiële betaling aan die eerste generatie (het “eerste generatie” probleem).

Een jongere aan het begin van zijn werkzame leven begint uiteraard zonder claim (op toekomstige jongeren), hij/zij heeft zelf dan immers nog niets betaald. Maar naarmate hij per jaar een cohort opschuift bouwt hij die claim langzaam op, tot het omslagpunt. Daarna loopt die schuld weer langzaam af in parallel met de opbouw door nieuwe jongeren, totdat in principe alle claims ingelost zijn bij het bereiken van de pensioenleeftijd.

DSS is een probleem DSS is ondermeer problematisch vanwege allerlei potentiële ongewenste herverdelingseffecten die optreden in omstandigheden die wel veel voorkomen in de praktijk maar niet in het voorafgaande sterk vereenvoudigde voorbeeld naar voren gehaald zijn.

Een probleem betreft de inkomensherverdeling waar DSS toe leidt omdat inkomensongelijkheid tussen jongeren kleiner is dan tussen ouderen². Een hoger opgeleide jongere kan een steiler loonprofiel verwachten over zijn leven, en verdient zo tijdens de terugaaffase meer dan een laagopgeleide jongere. Aangezien ze in het

²Zie Bonenkamp (2007) en Lever et al. (2013) voor eerdere analyses van de samenhang tussen sociaal-economische status en overdrachtscomponenten in de tweede pijler.

begin evenveel inleggen en de premie de gemiddeld opgebouwde rechten in verdisconteerde waarde gelijk stelt aan gemiddelde betaalde premies, treedt er daardoor inkomenshervdeling van laag- naar hoogopgeleid op. Bovendien vinden door de DSS en door verschillen in levensverwachting grote overdrachten plaats tussen enerzijds mannen en vrouwen en anderzijds tussen laag- en hoogopgeleiden. De grote overdrachten tussen groepen deelnemers maken het pensioenstelsel kwetsbaar (Boeijen et al., 2006).

Een recent urgent geworden probleem ontstaat wanneer een werknemer halverwege zijn werkzame leven uit het systeem stapt, zoals gebeurt bij werknemers die halverwege hun carrière ZZPer worden en daarmee volledig buiten ons tweede pijler systeem vallen. Op deze manier raken zij in feite de opgebouwde claims op toekomstige jongeren kwijt precies rond de tijd dat die langzamerhand ingelost zouden gaan worden.

Dezelfde problematiek als bij ZZPers speelt, zij het in iets mindere mate, wanneer periodes van werk onderbroken worden door periodes van werkeloosheid. Werkeloosheid wordt in de praktijk gevolgd door lagere lonen na herintrede, een verlies van inkomen dat niet meer ingehaald wordt in latere jaren. Zo treedt weer hervdeling op, tussen meer en minder succesvolle werknemers gemeten naar hoe lang eventuele periodes van werkeloosheid zijn en waar in de leeftijdsopbouw die plaatsvinden. Deze problematiek is groter geworden vanwege de sterk verhoogde mobiliteit die de arbeidsmarkt de laatste jaren kenmerkt.

Een laatste probleem met DSS heeft te maken met de pensioenhervormingen die in de komende formatie besproken zullen gaan worden. Een van de opties die op tafel ligt is een overstap naar een premieovereenkomst (oftewel “defined contribution” (DC)) systeem waarbinnen intergenerationele contracten zoals die aan de DSS ten grondslag liggen onuitvoerbaar worden: bij een puur DC systeem treden geen transacties tussen generaties meer op. De grote vraag is dan hoe om te gaan met nog openstaande claims van de huidige werkenden op toekomstige jongeren.

Het zal duidelijk zijn dat DSS problematisch is in de huidige arbeidsmarkt, pensioenhervorming in de weg staat en sowieso onwenselijk is vanwege de impliciete hervdeling van arm naar rijk. Er is dan ook een breed draagvlak voor het afschaffen van de DSS.

Berekening verlies door afschaffen DSS Bij afschaffing DSS zijn de volgende twee actuariële eerlijke systemen het meest voor de hand liggend: (i) een systeem met progressieve premies (stijgend met leeftijd) en doorsneeopbouw, (ii) een systeem met degressieve opbouw (dalend met leeftijd) en doorsneepremies. Maar simpelweg stoppen met de DSS bij de overstap naar zo’n nieuw systeem betekent dat de openstaande claims niet meer binnen het pensioensysteem van generatie op generatie doorgeschoven worden. Zoals hierboven al besproken subsidiëren jongeren de ouderen onder de DSS en zo ontstaat een impliciete schuld. Deze schuld

rolt jaar-op-jaar door.³ Bij het afschaffen van de DSS (zonder compensatie) krijgen de huidige actieven de rekening voor de impliciete schuld gepresenteerd, zij zijn als het ware de laatste in de keten. Zij hebben immers wel een subsidie betaald in de werkende jaren die achter hun liggen, maar zijn nog niet ver genoeg richting pensioen om de claim weer doorgeschoven te kunnen hebben door de ontvangst van excessieve pensioenrechten in het tweede deel van hun werkende leven. Alleen zij die al gepensioneerd zijn op het moment van afschaffen hebben geen uitstaande claim meer: zij hebben de subsidie op jonge leeftijd al betaald en op latere leeftijd weer terug ontvangen. Afschaffing DSS is daarom een herverdeling tussen de huidige actieven en toekomstige generaties. Die laatsten profiteren omdat ze de impliciete schuld niet meer doorgeschoven krijgen.

Dat betekent niet dat de claims die op het moment van afschaffen uitstaan meteen verdampen. De vraag komt dan op naar wie die last dan wel doorgeschoven wordt. Er zijn twee uitersten. Het huidige systeem komt erop neer dat de schuld voor eeuwig vooruitgeschoven wordt.⁴ Het andere uiterste is er simpelweg een streep door te zetten. Dat is equivalent aan een *debt default*, dan wordt het hele verlies definitief bij de huidige generatie werkenden achter gelaten. Uiteindelijk is de allocatie over huidige en toekomstige generaties een politieke vraag waar ook gedacht kan worden aan retroactief laten meedelen van al gepensioneerden, alhoewel die eigenlijk al uit het systeem gegroeid zijn. Het verlies (voor een groter deel) doorschuiven naar ongeborenen en jongeren die nog niet aan hun werkzame leven begonnen zijn, is makkelijker te verdedigen, aangezien deze cohorten profijt hebben van afschaffing DSS.

Aangezien de impliciete schuld ontstaat door het opgeven van beleggingsrendementen van jongeren aan ouderen zal het duidelijk zijn dat de hoogte van de DSS claims van verschillende werkende cohorten direct afhangt van die beleggingsrendementen. Alle generaties die al gepensioneerd zijn op het moment van afschaffing DSS hebben noch nadeel noch voordeel te verwachten. Toekomstige generaties profiteren juist van het afschaffen omdat ze de impliciete schuld niet meer hoeven te financieren, aangezien die niet meer wordt doorgeschoven.

Backward looking of forward looking Bij de berekening van de overgangseffecten kan een *backward looking* of een *forward looking* methodiek gevolgd worden. De *backward looking* methodiek kijkt individu- of groepsspecifiek hoeveel in het verleden aan rendement wel behaald maar niet ontvangen is en kapitaliseert dit bedrag. De *Backward looking* benadering komt neer op compensatie op basis van werkelijk mis gelopen rendement maar is een administratief complexe exercitie. *Forward looking* impliceert dat er theoretisch berekend wordt hoeveel impliciete schuld opgebouwd wordt door verschillende cohorten gegeven aannames over

³Het doorschuiven van de “eerste generatie” schuld in een omslagsysteem betekent niet dat er een Ponzigame gespeeld wordt: in verdisconteerde waarde daalt de schuld wel.

⁴In verdisconteerde waarde gaat de impliciete schuld wel naar nul, dit eeuwig doorschuiven staat dus niet gelijk aan een Ponzigame

marktomstandigheden, demografie en pensioensysteemstructuur onder de DSS. Dit laatste gebeurt uiteraard modelmatig.

Vooropgesteld zij dat er met grote regelmaat veranderingen in pensioensystematiek doorgevoerd worden zonder dat compensatie gegeven wordt voor daaruitvloegende waardeverliezen. Voorbeelden zijn de aftopping van fiscale faciëring van pensioenopbouw voor loon boven 100.000 euro, invoering van de UFR en de ABP overgang van loon naar prijs indexatie van pensioenen. Dit gaat in sommige gevallen om grotere bedragen dan de waardeoverdrachten die bij afschaffing DSS zullen optreden. De politiek kan de vraag verwachten waarom als er wel ex post gecompenseerd gaat worden voor de gevolgen van afschaffen DSS, dat niet gebeurd is voor een aantal van de hierboven genoemde veranderingen die zonder compensatie doorgevoerd zijn.

Een tweede praktische overweging ten nadele van compensatie (backward looking benadering) is het moeras van datatechnische en andere praktische complicaties waarin men terecht komt bij compensatie op individueel of zelfs groeps niveau. Zelfs de grote pensioenuitvoerders hebben hun systemen niet zo georganiseerd dat deze calculaties op individueel niveau uitgerekend kunnen worden, de benodigde data zijn simpelweg niet uit hun administratie te halen. Individuele rechten worden wel bijgehouden, maar individuele betalingen niet, dit loopt via de werkgever. Bovendien zijn er ook geen gegevens van individuele beleggingsresultaten en worden mensen die de DSS al vrijwillig verlaten hebben (denk aan mensen die loondienst opgeven om ZZPer te worden) ook niet gecompenseerd in een beleidsarm scenario.

Ook modelmatige nacalculatie stuit op grote problemen, omdat dan de volledige werkgeschiedenis bekend dient te zijn. De individuele waardeverandering wordt beïnvloed door baanveranderingen, veranderingen van werkgever/sector, baanonderbrekingen zoals periodes van werkloosheid of ouderschapsverlof en veranderingen in verdiend loon tijdens banen en bij overgang van baan (naar werkloosheid) naar een nieuwe baan.

Een tweede probleem bij nacalculatie is het feit dat tweederde van de premie door de werkgever betaald wordt op basis van een andere berekeningssystematiek: voor de werkgever wordt een vast percentage van de loonsom berekend. Gemiddeld zal dat niet tot veel verstoring leiden omdat de gemiddelde werknemer dicht zal liggen bij de gemiddelde werknemer van het gemiddelde bedrijf, maar zo kunnen er grote waardeoverdrachten plaatsvinden ten nadele van bedrijven met grotendeels jonge werknemers ten faveure van bedrijven met grotendeels oudere werknemers. Ook zal er rekening gehouden moeten worden met de gevolgen voor waardeverandering van eerdere hervormingen zoals de aftopping op 100.000 euro.

Vanwege deze afwegingen gebruiken we in dit onderzoek de *forward looking* methodiek.

Waardering van overgangseffecten Bij afschaffen DSS vervallen impliciet toegezegde toekomstige pensioenrechten. De grondslag voor waardering hiervan

is de marktwaarde van die toezeggingen op het tijdstip van afschaffen. De reden daarvoor is dat dat het alternatief is voor de desbetreffende personen. Een uitkering gebaseerd pensioenrecht is in feite een *futures contract* op de beleggingen van het desbetreffende pensioenfonds, en die contracten zijn in principe ook buiten het fonds verkrijgbaar, waarmee ze een objectieve maatstaf voor het verlies ervan vormen.

Dit heeft gevolgen voor in het bijzonder de aannames voor rente die bij de calculatie gebruikt mogen worden. Bij een nominaal gegarandeerde toezegging wordt dat de “veilige marktrente”, e.g. de swapcurve. Elke andere keuze impliceert potentieel grote waardeoverdrachten van jong naar oud (bij een hogere rente dan volgt uit de swapcurve) of van oud naar jong (bij gebruik van een lagere rente dan volgt uit de swapcurve).

De swapcurve volgt uit het bepalen van de marktconsistente waarde van de toezegging. Een techniek om die te bepalen is de zogenaamde Risk Neutral Pricing (RNP) benadering, maar er zijn ook andere technieken. Andere technieken leiden uiteraard allemaal tot hetzelfde antwoord als RNP.

Het gebruik van RNP betekent dat bij marktwaardevergelijkingen tussen verschillende portefeuilles gecorrigeerd wordt voor verschillen in risicokarakteristieken, met behulp van de marktprijzen voor de desbetreffende risico's. Bij gelijke inleg hebben aandelen wel een hoger verwacht rendement dan staatsobligaties, maar toch een gelijke marktwaarde, aangezien de risicopremie exact en op basis van de marktprijs van risico compenseert voor het (hogere) risico van de aandelen portefeuille.

Aangezien (bijvoorbeeld bij het FTK) activa op marktwaarde gewaardeerd worden, is het gebruik van RNP voor de verplichtingen noodzakelijk om consistentie tussen beide zijden van de balans te handhaven. Het gebruik van RNP bij het berekenen van de waarde van de claims die verloren gaan bij afschaffen DSS is dan ook noodzakelijk; daaruit volgt eenduidig hoe de winsten en verliezen per cohort gewaardeerd dienen te worden, namelijk op basis van de “veilige marktrente”, in de praktijk de swapcurve bij het waarderen van nominaal gegarandeerde toezeggingen. In overeenstemming met de structuur van de Nederlandse tweede pijler pensioenen is de verwachte indexatie gelijk aan de risicopremie van de onderliggende portefeuille. Het waarderen van de gemiste pensioenopbouw (de passivakant van de fondsbalans) op basis van marktrente betekent ook dat de omvang van het verlies onafhankelijk is van het door het fonds gevoerde beleggingsbeleid (activakant van de balans).

Dit onderzoek kijkt naar verschillende economische aspecten die bepalend zijn voor de afschaffing van de DSS. Vergelijkbare deterministische analyses zijn uitgevoerd door Van Ewijk (2017); Werker (2017) en stochachistische analyse is gedaan door Lever and Muns (2017). Ons paper draagt bij aan deze studies op een aantal vlakken. Ten eerste bepalen we in dit model de subsidie van arm naar rijk die plaatsvindt onder de DSS. Ten tweede analyseren we de overgangseffecten van afschaffing DSS op twee manieren met behulp van hetzelfde model: (i) analytisch:

door het model te versimpelen met drie overlappende generaties verkennen we met analytische resultaten de rol van afzonderlijke parameters, en (ii) numeriek: met meerdere overlappende generaties en realistische aannames modelleren we numerieke resultaten die een realistisch weergave geven van de overgangseffecten van afschaffing DSS.

In wat volgt presenteren we een discrete tijd OLG model waarin de verschillende economische factoren die spelen bij de afschaffing van de DSS geanalyseerd kunnen worden (Sectie 2). Om de intuïtie achter die economische aspecten te verhelderen analyseren we in Sectie 3 een vereenvoudigde versie van dat model waarbij we slechts uitgaan van twee werkende en één niet-werkende generatie; dankzij deze vereenvoudiging is deze drie generatie modelvariant analytisch oplosbaar. In Sectie 4 gaan we over op een meer realistische jaarbasis variant waar met veertig werkende generaties en twintig gepensioneerde generaties tegelijk rekening gehouden wordt. Sectie 5 vat de conclusies samen. Wiskundige afleiding zijn weergegeven in Appendix A.

2 Discrete Tijd OLG Model

Demografie Er zijn n werkende leeftijdscohorten en m gepensioneerde leeftijdscohorten. Elke periode wordt een generatie ouder: generatie met leeftijd i wordt de volgende periode de generatie met leeftijd $i + 1$. **In dit model heeft de jongst werkende generatie leeftijd $i = 1$.**

Er zijn twee soorten werkenden: hoog (H) en laag (L). Mensen met het hoge type hebben een stijler loonprofiel dan mensen met het lage type. Dit komt bijvoorbeeld door verschil in opleiding.

Definieer $u_t^k = (u_{1,t}^k, u_{2,t}^k, \dots, u_{n+m,t}^k)$ als de vector met elementen $u_{i,t}^k$: het aantal mensen van de generatie met leeftijd i en type $k \in \{H, L\}$ op tijdstip t . Bij constante bevolkingsgroei g hebben we

$$u_{i,t+1}^k = (1 + g) u_{i,t}^k, \forall i \in \{1, 2, \dots, n + m\}.$$

Loon De pensioengrondslag van een persoon met type k leeftijd i op tijdstip t in euro's is gedefinieerd als $w_{i,t}^k$. Gepensioneerden hebben geen loon, i.e. $w_{n+i,t} = 0, \forall i \in \{1, 2, \dots, m\}$. Definieer $w_t^k = (w_{1,t}^k, w_{2,t}^k, \dots, w_{n+m,t}^k)$ als de vector met pensioengrondslagen van alle leeftijdscohorten.

Er zijn twee redenen van loongroei voor een cohort: looninflatie en carrière. De carrière loongroei is afhankelijk van het type ($k \in \{H, L\}$) en is uitgedrukt als

$$w_{i,t}^k (1 + c^k) = w_{i+1,t}^k, \forall i \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$$

en looninflatie is uitgedrukt als

$$w_{t+1}^k (1 + \pi) = w_t^k.$$

Pensioen Pensioenverplichtingen worden gewaardeerd als de netto contante waarde van de pensioenuitkeringen op basis van de huidige pensioenrechten. Nominale garanties horen gewaardeerd te worden met de nominale risicovrije rente r . Indexatie z is gegarandeerd.⁵ De prijs voor één euro pensioenopbouw voor een cohort met leeftijd i is gelijk aan

$$\begin{aligned}
K_i &= \begin{cases} \sum_{j=n+1-i}^{n+m-i} q^j, & i \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \sum_{j=0}^{n+m-i} q^j, & i \in \{n+1, n+2, \dots, n+m\} \end{cases} \\
&= \sum_{j=\max(n+1-i, 0)}^{n+m-i} q^j, \\
\text{met } q &= Q \frac{1+z}{1+r} \\
\iff K &= (K_1, K_2, \dots, K_{n+m}).
\end{aligned}$$

De variabele Q herschaalt de factoren K_i voor de hoogte van de premiedekkingsgraad. Als $Q = 1$, dan is de prijs voor pensioenopbouw actuariel eerlijk en is de reële premiedekkingsgraad 100%. Het zou ook kunnen dat indexatie wordt verstrekt ($z > 0$), maar de premie is berekend op basis van een nominale dekkinggraad van 100%. In dat geval krijgen we $Q = \frac{1}{1+z}$. Andere manieren van premiedemping zijn ook mogelijk met $Q < \frac{1}{1+z}$. Appendix A.5 laat zien dat bij $Q = 1$ en $z = 0$ geldt dat zowel de nominale als de reële dekkinggraad gelijk is aan 100%.

De opgebouwde pensioenrechten van een cohort met leeftijd i zijn gelijk aan $B_{i,t}$. Werkenden bouwen nieuwe rechten op met opbouwpercentage $\rho_{i,t}^k > 0$ als percentage van de pensioengrondslag voor $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. De pensioenrechten groeien met indexatie z en nieuwe opbouw als volgt

$$\begin{aligned}
B_{i+1,t+1}^k &= (1+z) B_{i,t}^k + \rho_{i,t}^k w_{i,t}^k, \quad \forall t \text{ and } i \in \{0, 1, \dots, n+m\} \\
\text{met } B_{0,t}^k &= 0, \quad \forall t.
\end{aligned}$$

Een gepensioneerde van type k en leeftijd i krijgt een pensioenuitkering op tijdstip t gelijk aan $(1+z) B_{i,t}^k$.

Doorsneesystematiek (DSS) Elke deelnemer heeft hetzelfde opbouwpercentage:

$$\rho_{i,t}^k = \rho$$

waar ρ als een scalar kan worden weergegeven in plaats van een vector.

De doorsneepremie is dan gelijk aan

$$P^{DS} = \frac{\rho K (u_t^H \circ w_t^H + u_t^L \circ w_t^L)}{PG_t}$$

⁵In de basisanalyses kiezen we indexatie $z = 0$.

en de pensioengrondslagsom is

$$PG_t = (u_t^H)' (w_t^H) + (u_t^L)' (w_t^L).$$

In beginsel nemen we aan dat $u_{n,0}^H = \alpha = (1 - u_{n,0}^L)$ en $w_{1,0}^H = w_{1,0}^L = 1$, oftewel een fractie $\alpha \in [0, 1]$ van de arbeidspopulatie is rijk en loon voor alle starters is gelijk aan één. Appendix A.1 laat zien dat we de doorsneepremie dan kunnen herschrijven als

$$PDS = \rho q^n \frac{\sum_{i=0}^{m-1} q^i \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{q^i (1+g)^i}}{\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{(1+g)^i}}$$

$$\text{met } \chi_i = \alpha (1 + c^H)^i + (1 - \alpha) (1 + c^L)^i.$$

Pensioenfonds Het vermogen van een pensioenfonds is gelijk aan A_t en evolueert als

$$A_{t+1} = (1 + r) \left[A_t + \rho K' (u_t^H \circ w_t^H + u_t^L \circ w_t^L) - \sum_{i=n+1}^{n+m} (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) \right].$$

De tweede term binnen de vierkant haken staat voor de ontvangen premies en de laatste term is het totaal aan uitgekeerd pensioen.

De technische voorzieningen van het pensioenfonds zijn gelijk aan

$$L_t = \sum_{i=1}^{n+m} K_i (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L).$$

Dit kan recursief opgeschreven worden als

$$L_{t+1} = (1 + g) (1 + \pi) L_t.$$

De dekkingsgraad is gedefinieerd als $F_t = A_t/L_t$.

2.1 Afschaffing DSS

Wanneer DSS wordt afgeschaft en wordt overgegaan tot actuariael eerlijke premies, dan is de premie gelijk aan

$$P_i = \rho K_i.$$

Aannemende dat $q = Q \frac{1+z}{1+r} < 1$, resulteert dit in progressieve premies.

Netto waardeverandering De gepensioneerde generaties hebben al subsidie ontvangen en betaald gedurende de werkende periodes. De werkende generaties hebben al subsidie betaald, maar nog niet de volledige subsidies ontvangen. De huidige generaties lopen hierdoor mogelijk subsidies mis wanneer de DSS wordt afgeschaft. Aan de andere kant, door over te gaan op een actuariael eerlijk systeem wordt meer pensioen opgebouwd dan onder het oude systeem met DSS. Dit biedt ruimte om de premie te verlagen (i.e. premievrijval).

Appendix A.4 laat zien dat de netto waardeverandering van een generatie gelijk is aan

$$NWV_{j,t} = \Xi_j \sum_{i=\max(j-1,0)}^{n-1} \chi_i \left(\frac{(1+\pi)}{q(1+r)} \right)^i \left(q^i \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{q^l(1+g)^l} - 1}{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{(1+g)^l}} - 1 \right)$$

$$\text{met } \Xi_j = \rho \sum_{l=n}^{n+m-1} q^l (1+\pi)^t (1+g)^{t+n-2} \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{(1+r)} \right)^{1-j}.$$

Gesommeerd over alle generaties is dit gelijk aan nul:

$$\sum_{j=-\infty}^n (NWV_{j,t}^H + NWV_{j,t}^L) = 0.$$

Wanneer $q = 1$, oftewel $Q(1+z) = (1+r)$, dan krijgen we dat de term $\left(q^i \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{q^l(1+g)^l} - 1}{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{(1+g)^l}} - 1 \right) = 0$, waardoor de netto waardeverandering ook gelijk is aan nul:

$$NWV_{j,t}^k = 0.$$

De reden hiervoor is dat de waarde van ingelegde premies en ontvangen pensioen met DSS dan gelijk is aan het systeem zonder DSS. Om precies te zijn, wanneer $Q = 1$ en $r = z$, dan zijn beide systemen actuariael eerlijk. Voor $(1+r) > Q(1+z)$ zit er in feite in de DSS een omslagelement, omdat jongeren een subsidie aan ouderen geven. Volgens de Aaron conditie ($(1+r) > (1+\pi)(1+g)$) levert kapitaaldekking een hoger rendement op dan een omslagstelsel.

Ten slotte, ook wanneer de groei van de totale loonsom gelijk is aan de rente ($(1+r) = (1+\pi)(1+g)$) dan krijgen we voor toekomstige generaties, i.e. voor $j \leq 1$, het volgende

$$NWV_{j,t} = 0.$$

Dit betekent dat de premievrijval gelijk is aan nul, want kapitaaldekking levert in dat geval evenveel rendement op als een omslagstelsel.

3 Twee werkende generaties en één gepensioneerde generatie (3-OLG)

Om de effecten van verschillende parameters inzichtelijk te maken presenteren we eerst een gestileerde versie van het model met slechts twee werkende generaties en één gepensioneerde generatie. Twee is evident het minimale aantal werkende generaties om doorsneesystematiek effecten te verkrijgen. Daarom nemen we hier aan dat $n = 2$ en $m = 1$. In dit geval is de doorsneepremie gelijk aan

$$P^{DS} = \rho q \frac{(1+g)q + \chi_1}{1+g + \chi_1}.$$

De netto waardeverandering wordt dan

$$NWV_{2,t}^k = \rho q (1+\pi)^t (1+g)^t \frac{u_{2,0}^k (1+c^k)}{(1+g + \chi_1)} (q-1)$$

en voor $j \leq 1$:

$$NWV_{j,t}^k = \rho q (1+\pi)^t (1+g)^t \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{(1+r)} \right)^{1-j} u_{2,0}^k \frac{(1+c^k)(1+\pi)(1+g) - \chi_1(1+r)}{(1+r)(1+g + \chi_1)} (q-1).$$

Wanneer $q = 1$, oftewel $(1+r) = Q(1+z)$, dan is de netto waardeverandering gelijk aan nul voor alle groepen. Als $r \rightarrow \infty$, dan gaat $q \rightarrow 0$ en dan krijgen we ook

$$\lim_{r \rightarrow \infty} NWV_{2,t}^k = 0.$$

Met andere woorden, de netto waardeverandering van de oudere werkende deelnemers convergeert naar nul bij stijgende rente. Bovendien is het minimum⁶ verkregen bij een rente van $r^* = 2Q(1+z) - 1$, met minimum $NWV_{2,t}^k = -\frac{\rho u_{2,0}^k (1+c^k)}{4(1+g + \chi_1)}$. Veronderstel dat $Q = \frac{1}{1+z}$. Wanneer een periode 20 jaar duurt, dan werkt men 40 jaar en is men 20 jaar lang gepensionerd. Dan is de jaarlijkse rente bij het minimum in dit voorbeeld: $(1+r^*)^{1/20} - 1 = 3.5\%$.

In Fig.1 zijn de premies en het netto waardeverlies van de oudere generatie weergegeven als functie van de rente. De premies dalen met de rente. Bij een rente $r > r^*$ worden de doorsneepremie en de actuariële eerlijke premie kleiner en daarmee ook het verschil.

Wanneer $Q > \frac{1+r}{2(1+z)}$, dan impliceert een lagere premiedekkingsgraad een hoger verlies voor de oudere werkende deelnemers.⁷ Veronderstel dat $Q = \frac{1}{1+z}$, dan geldt dit voor een rente van $r < 1$.

⁶FOC: $\frac{\partial [(1+r)^{-1} - Q(1+z)(1+r)^{-2}]}{\partial r} = 0 \iff r = 2Q(1+z) - 1$.

⁷ $\frac{\partial NWV_{2,0}^k}{\partial Q} = \frac{\rho(1+z)(1+g)u_{2,0}^k(1+c^k)}{(1+g+\chi_1)(1+r)^2} [2Q(1+z) - (1+r)]$

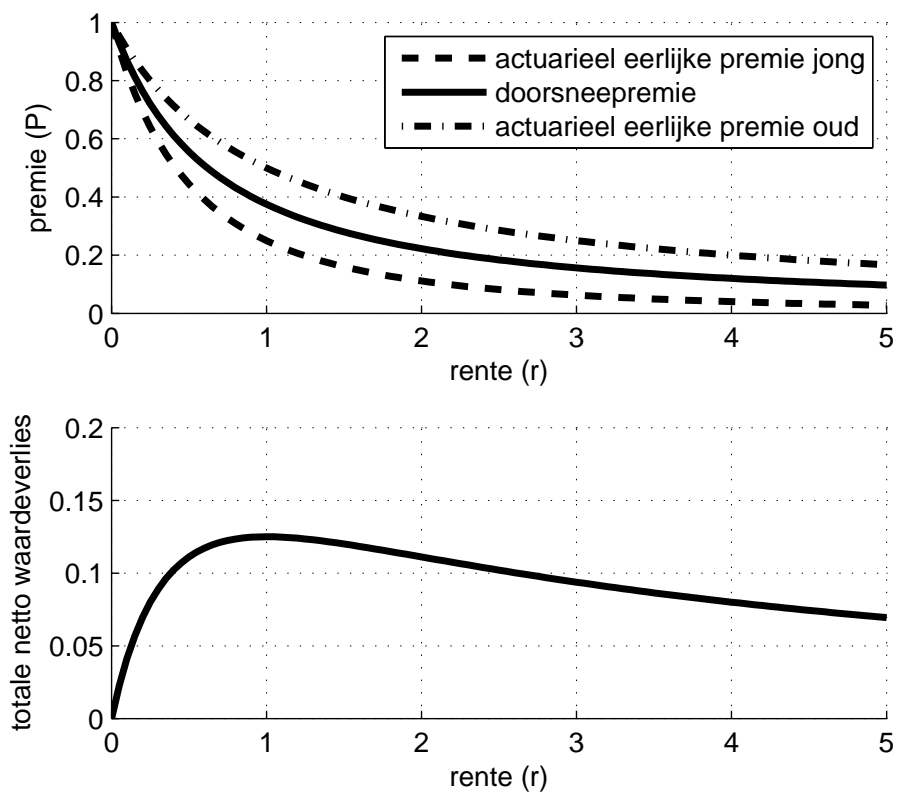


Figure 1: Doorsneepremie en netto waardeverlies van de oudere werkende generatie als functie van de rente ($\rho = Q = 1, g = z = \pi = c^H = c^L = 0$)

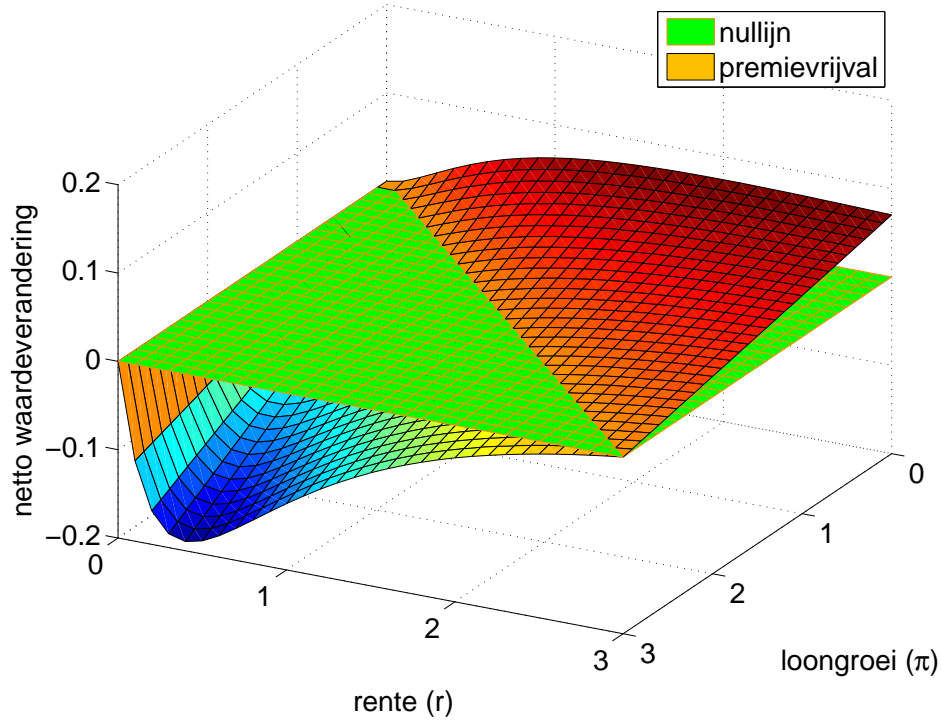


Figure 2: Netto waardeverandering jongste generatie als functie van rente (r) en loongroei (π) ($Q = \rho = 1, z = g = c^H = c^L = 0$)

Voor $n = 2$ en $m = 1$ is de netto waardeverandering voor generatie $j \leq 1$ gelijk aan

$$NWW_{j,t} = \chi_1 \rho q (1 + \pi)^t (1 + g)^t \left(\frac{(1 + g)(1 + \pi)}{(1 + r)} \right)^{1-j} \frac{(1 + \pi)(1 + g) - (1 + r)}{(1 + r)(1 + g + \chi_1)} (q - 1).$$

Wederom is dit gelijk aan nul bij $q = 1$ en voor $(1 + r) = (1 + \pi)(1 + g)$.

De resultaten voor de jongste huidige generatie ($j = 1$) met $t = z = g = c^H = c^L = 0$ en $\rho = Q = 1$ zijn in Fig.2 en Tab.1 weergegeven, waarbij we de rente en de loongroei variëren. In Fig.2 en Tab.1 is te zien dat de waardeverandering van de jongste generatie inderdaad gelijk is aan nul bij $r = 0$ of $r = \pi$. Bovendien is deze waardeverandering positief (negatief) wanneer r groter (kleiner) is dan π .

3.1 Subsidie van arm naar rijk

Onder de DSS betaalt de jongste werkende generatie een te hoge premie:

$$(P^{DS} - P_1) (u_{1,t}^H w_{1,t}^H + u_{1,t}^L w_{1,t}^L) = \frac{\rho q \chi_1}{1 + g + \chi_1} (u_{1,t}^H w_{1,t}^H + u_{1,t}^L w_{1,t}^L) (1 - q) > 0.$$

Table 1: Netto waardeverandering jongste generatie als functie van rente (r) en loongroei (π) ($Q = \rho = 1, z = g = c^H = c^L = 0$)

Netto waardeverandering jongste generatie	$\pi = 0$	$\pi = 1$	$\pi = 2$	$\pi = 3$
$r = 0$	0	0	0	0
$r = 1$	0.063	0	-0.063	-0.125
$r = 2$	0.074	0.037	0	-0.037
$r = 3$	0.070	0.047	0.023	0

Deze subsidie gaat naar de oudere werkende generatie. De rijke groep krijgt hiervan een fractie $\frac{\alpha(1+c^H)}{\chi_1}$ en de arme groep krijgt een fractie $\frac{(1-\alpha)(1+c^L)}{\chi_1}$. Per deelnemer krijgt een rijke werkende $\frac{(1+c^H)}{\chi_1}$ en een arme werkende $\frac{(1+c^L)}{\chi_1}$. Met andere woorden, in de DSS zit een subsidie van arm naar rijk. Dit fenomeen staat bekend als een vorm van “perverse solidariteit”, aangezien mensen die gezonder zijn en hoger opgeleid zijn sterker profiteren (Bovenberg et al., 2006; Chen and Beetsma, 2015; Sutrisna, 2010). Daarom verwijzen we in dit paper naar de “perverse subsidie” wanneer we spreken over de subsidie van arm naar rijk veroorzaakt door de DSS.

Compenseren voor het verlies van de oudere werkende generatie betekent dat rijke deelnemers meer gecompenseerd moeten worden, terwijl ze in het verleden dezelfde subsidie hebben betaald als de arme deelnemers, vanwege de aanname dat loon in de jongste periode gelijk is tussen de twee typen ($w_{1,t}^H = w_{1,t}^L$). Het verschil aan ontvangen subsidie tussen een arme en een rijke deelnemer van een oude werkende generatie is gelijk aan $TOE_t \frac{c^H - c^L}{\chi_1} > 0$, waarbij $TOE_t = -NWV_{2,t}$ het totale overgangseffect is.

Onder de DSS is er dus een subsidie van jong naar oud en een subsidie van arm naar rijk. In één periode is de subsidie van jonge deelnemers naar alle oude deelnemers ten minste $TOE_t \frac{(1+c^L)}{\chi_1}$ en de rijke deelnemers krijgen nog een extra subsidie ter waarde van $TOE_t \frac{c^H - c^L}{\chi_1}$. Tab.2 vat de verschillende subsidies onder de DSS samen.

Als de rijke groep de helft is van de populatie, i.e. $\alpha = 0.5$, en aan het einde van de carrière meer loon heeft dan de arme groep met $c^H = 2$ en $c^L = 1$, dan is de subsidie van jong naar oud ten minste $\frac{4}{5}TOE_t$ en rijke deelnemers krijgen nog een extra subsidie van $\frac{2}{5}TOE_t$. Dit voorbeeld illustreert dat één-derde van het overgangseffect voor een rijke deelnemer de perverse subsidie is.

De doorsneepremie is voor alle deelnemers hetzelfde, ongeacht leeftijd en type groep. Als alternatief, zouden we de premie kunnen differentiëren per type groep, door een doorsneepremie voor rijke deelnemers en een doorsneepremie voor arme

Table 2: Subsidies onder de DSS

Totale subsidie van jong naar rijk oud:	$-NWV_{2,t}^H = \frac{\rho q(1+\pi)^t(1+g)^t}{(1+g+\chi_1)} (1-q) \alpha (1+c^H)$
Totale subsidie van jong naar arm oud:	$-NWV_{2,t}^L = \frac{\rho q(1+\pi)^t(1+g)^t}{(1+g+\chi_1)} (1-q) (1-\alpha) (1+c^L)$
Totale subsidie van jong naar oud:	$TOE_t = -NWV_{2,t} = -NWV_{2,t}^H - NWV_{2,t}^L$
Perverse subsidie naar een rijke deelnemer:	$\frac{-NWV_{2,t}^H}{\alpha} - \frac{-NWV_{2,t}^L}{1-\alpha} = (c^H - c^L) \frac{TOE_t}{\chi_1}$
Perverse subsidies naar alle rijke deelnemers:	$\alpha \left(\frac{-NWV_{2,t}^H}{\alpha} - \frac{-NWV_{2,t}^L}{1-\alpha} \right) = \alpha (c^H - c^L) \frac{TOE_t}{\chi_1}$

deelnemers te hanteren:

$$P^{DS,k} = \frac{\rho K (u_t^k \circ w_t^k)}{(u_t^k)' (w_t^k)} = \rho q \frac{(1+g)q + (1+c^k)}{(1+g) + (1+c^k)}.$$

Hiermee blijft de leeftijd binnen een groep onafhankelijk van de leeftijd. Dit alternatief is aantrekkelijker voor arme deelnemers, aangezien hiermee geen perverse subsidie van arm naar rijk plaatsvindt. Hier maken we een vergelijking tussen dit alternatief en de DSS. Appendix A.6.2 laat zien dat de groep van type k uit generatie j de volgende winst heeft bij deze alternatieve vorm van DSS:

$$WA_{2,t}^k = \rho q u_{2,0}^k (1+\pi)^t (1+g)^t (1+c^k) \left(\frac{(1+g)q + \chi_1}{1+g+\chi_1} - \frac{(1+g)q + (1+c^k)}{1+g+1+c^k} \right)$$

en voor $j \leq 1$:

$$WA_{j,t}^k = \rho q u_{2,0}^k (1+\pi)^t (1+g)^t \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{(1+r)} \right)^{1-j} * \left((1+g) + \frac{(1+g)(1+\pi)(1+c^k)}{(1+r)} \right) \left(\frac{(1+g)q + \chi_1}{1+g+\chi_1} - \frac{(1+g)q + (1+c^k)}{1+g+1+c^k} \right).$$

Als de Aaron conditie geldt, i.e. $((1+r) > (1+g)(1+\pi))$, dan is de optelsom van de winst van alle groepen uit alle generaties gelijk aan nul:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=-\infty}^2 WA_{j,t}^H + WA_{j,t}^L = 0 \\ \iff & \frac{(1+r)}{(1+r) - (1+\pi)(1+g)} = \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{(1+r)} \right)^j \\ \iff & (1+g)(1+\pi) < (1+r). \end{aligned}$$

Wanneer er geen verschil is tussen arm en rijk, oftewel $\alpha = 0$, $\alpha = 1$ of $c^H = c^L$, dan geldt dat $WA_{j,t}^k = 0, \forall j$. Dit geldt wederom ook voor $q = 1$. In andere gevallen vindt er een perverse subsidie plaats tussen de twee groepen.

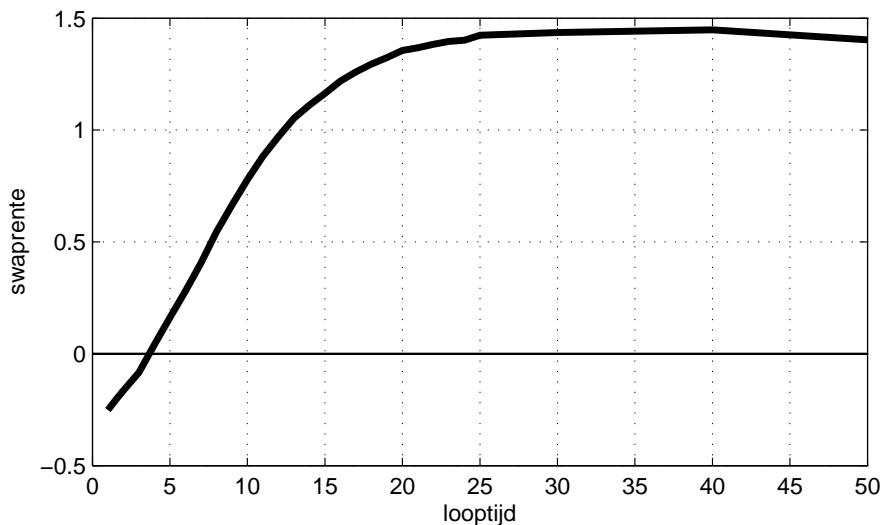


Figure 3: Veilige swaprente 31-05-2017. Bron: DNB (2017)

4 n werkende generaties en m gepensioneerde generaties (n-OLG)

Het 3-OLG model (met $n = 2$ en $m = 1$) biedt inzicht in de determinanten van onder andere het overgangseffect en de premievrijval maar geeft mogelijkwerwijs geen kwantitatief realistische inschatting van de betrokken bedragen. In deze sectie bestuderen we numerieke resultaten voor realistische parameterkeuzes.

4.1 Parametrisatie

Aangezien de huidige dekkingsgraden in Nederland rond 100% nominaal zijn, nemen we aan dat er niet wordt geïndexeerd ($z = 0$). Fig.3 laat de veilige rentetermijnstructuur (RTS) zien op basis van de risicovrije swaprente van 31-05-2017. Ons model is een vereenvoudigde versie, aangezien we geen onderscheid maken in de disconteringsvoet voor verschillende looptijden van verplichtingen, i.e. een vlakke RTS. Specifiek nemen we in onze basisschatting aan dat de risicovrije rente gelijk is aan $r = 1.0\%$. Dit komt grofweg overeen met de swaprente met looptijd 12.5 jaar, zoals te zien in de RTS van Fig.3.

Het opbouwpercentage is gelijk aan $\rho = 1.829\%$.⁸ We herscalen de resultaten naar de pensioengrondslag. Uit de DNB E-line jaarrapportages volgt dat de pensioengrondslagsom voor boekjaar 2016 gelijk is aan 112 miljard euro.⁹ Uitgaande

⁸Het gewogen gemiddelde opbouwpercentage van pensioenfondsen in 2016 is gelijk aan 1.829%.

⁹Wanneer we ook collectieve pensioenregelingen bij verzekeraars meenemen, waarvoor ook DSS geldt, dan zouden we het grofweg moeten herscalen naar een pensioengrondslag van 126 miljard euro.

Table 3: Parameterwaardes

Beschrijving	Symbool	Set 1	Set 2	Set 3
Werkende generaties	n	40	40	40
Gepensioneerde generaties	m	20	20	20
Rente	r	1%	1.5%	1%
Indexatie	z	0%	0%	0%
Looninflatie	π	0.5%	1%	0.5%
Bevolkingsgroei	g	0%	0%	0%
Fractie rijke bevolking	α	100%	100%	50%
Loonstijging rijk	c^H	0.5%	0.5%	1%
Loonstijging arm	c^L	0.5%	0.5%	0%
Pensioengrondslagsom	PG_t	112	112	112
Opbouwpercentage	ρ	1.829%	1.829%	1.829%
Overgangseffect (in miljard euro)		36.90	47.99	36.93

van een dekkingsgraad van $F_t = 100\%$ kunnen we aan de hand van dit getal de resultaten opschalen om een realistisch beeld te krijgen van de netto waardeverandering per cohort. We nemen aan dat loongroei gelijk is aan 1% en bevolkingsgroei gelijk is aan 0%.¹⁰ Bovendien nemen we aan dat het carrièreprofiel van deelnemers groeit met $c^H = c^L = 0.5\%$. Ten slotte gaan we uit van een premiedekkingsgraad van 100%, i.e. $Q = 1$. Tab.3 toont de verschillende parameter settings.

4.2 Overgangseffecten

In vergelijking met de eerdere figuren en de tabel laten Fig.4, Fig.5 en Tab.4 het netto verlies van pech generaties en de netto waardeverandering van de jongste generatie zien voor parameter Set 1 uit Tab.3, zodat er 60 overlappende generaties zijn. We zien dat de grafieken hetzelfde patroon hebben als de figuren voor $n = 2$ en $m = 1$.

Fig.6 laat de netto waardeverandering zien per cohort als functie van de leeftijd behorend bij parameter Set 1. De leeftijd 0 is een generatie die volgend jaar de arbeidsmarkt toetreedt. Negatieve leeftijden zijn toekomstige generaties. Als we het netto profijt van alle generaties sommeren, dan is het gelijk aan nul. Met andere woorden, afschaffing DSS is een zogenaamde “zero-sum game”.

In Fig.6 zien we dat de meeste huidige werkende cohorten een netto waardeverlies hebben wanneer de DSS wordt afgeschaft, terwijl de toekomstige generaties en enkele huidige jonge cohorten juist profiteren van deze afschaffing. We definiëren de som van het netto waardeverlies van de generaties die erop verliezen als het zo-

¹⁰Uit projecties van het arbeidsaanbod blijkt namelijk dat deze groei nihil is (Euwals and den Ouden, 2014).

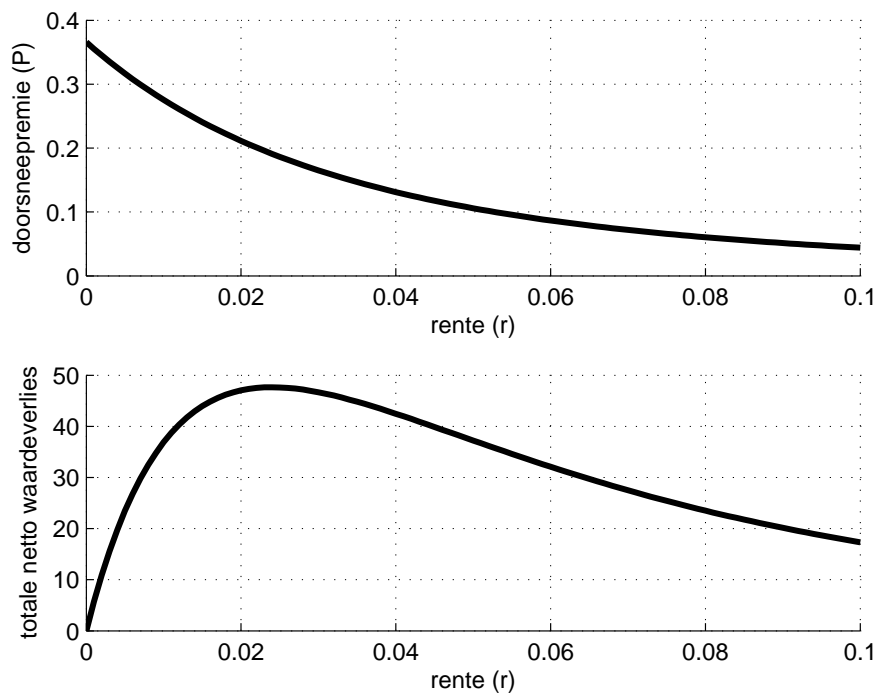


Figure 4: Premiepercentage en netto verlies in miljard euro van pech generaties als functie van de rente zie Tab.3 Set 1 voor de onderliggende parameterkeuzes.

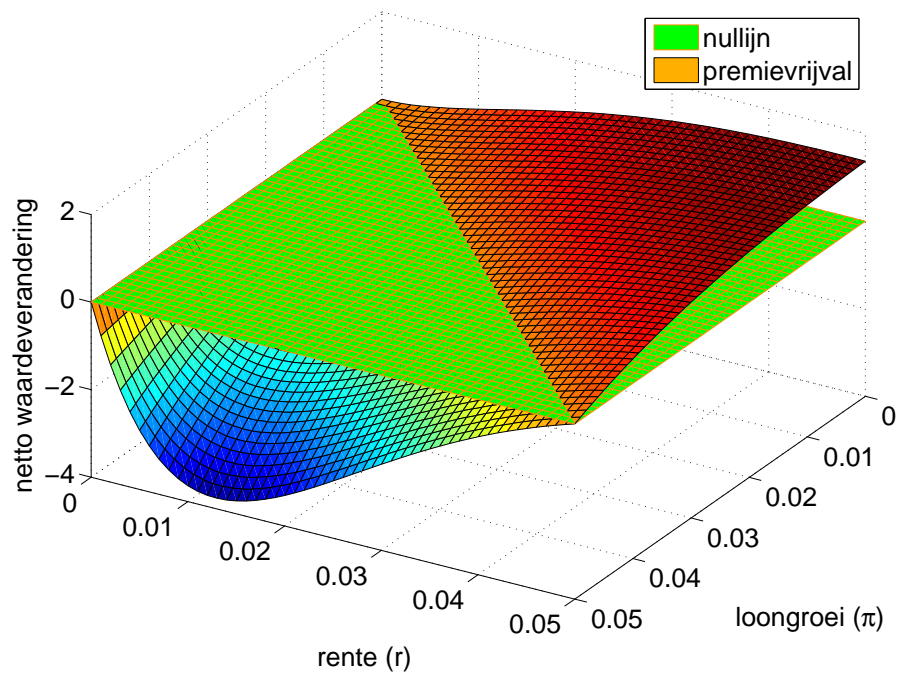


Figure 5: Netto waardeverandering jongste generatie in miljard euro als functie van rente (r) en loongroei (π) zie Tab.3 Set 1 voor de onderliggende parameterkeuzes.

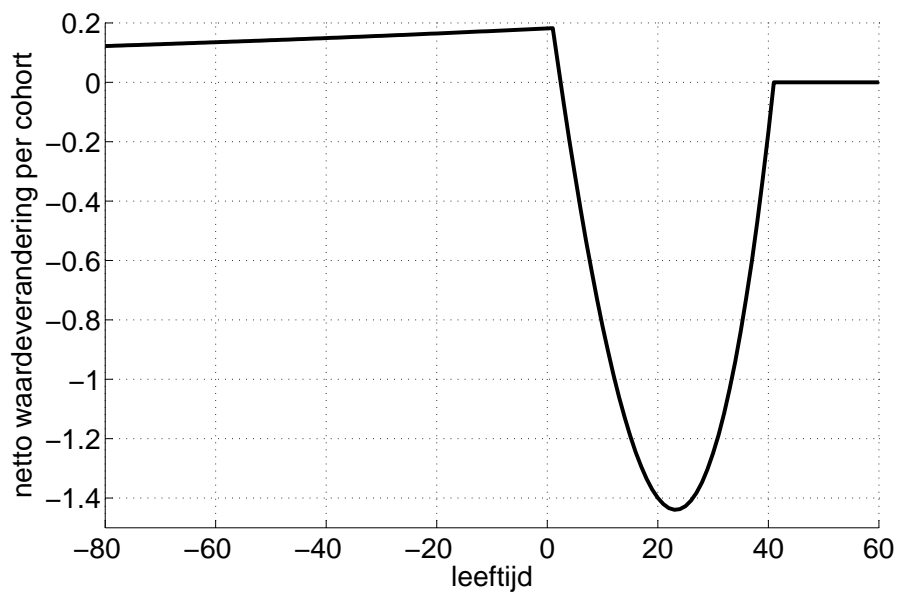


Figure 6: Netto waardeverandering per cohort in miljard euro als functie van leeftijd zie Tab.3 Set 1 voor de onderliggende parameterkeuzes. *Merk op dat in dit model een alternatieve interpretatie is gegeven aan leeftijd: de werknemers hebben leeftijd 1 tot en met 40 en men is gepensioeneerd van leeftijd 41 tot en met 60. De vertaling naar realistische leeftijd is eenvoudig te verkrijgen door er 25 jaar bij op te tellen.*

Table 4: Netto waardeverandering jongste generatie als functie van rente (r) en loongroei (π) zie Tab.3 Set 1 voor de onderliggende parameterkeuzes.

Netto waardeverandering jongste generatie	$\pi = 0.00$	$\pi = 0.01$	$\pi = 0.02$	$\pi = 0.05$
$r = 0.00$	0	0	0	0
$r = 0.01$	0.332	0	-0.489	-3.639
$r = 0.02$	0.824	0.496	0	-3.303
$r = 0.05$	1.369	1.297	1.160	0

genaamde overgangseffect. In de laatste rij van Tab.3 zien we het overgangseffect voor 3 verschillende parametersettings. Het overgangseffect varieert tussen de 37 en de 48 miljard voor deze parametersets.

4.3 Loonsomgroei

Deelen (2012) laat zien dat loon een kwadratische relatie heeft ten opzichte van de arbeidsperiode. Dit carrièreprofiel modelleren we als

$$f^i(s) = b_0 + sb_1 + s^2b_2, \quad i \in \{H, L\}.$$

Loon voor een deelnemer met type i en leeftijd s op tijdstip t is dan gelijk aan $w_{s,t}^i = f^i(s)(1 + \pi)^t$.

Als we geen onderscheid maken tussen arm en rijk, i.e. $\alpha = 1$, dan schatten we met behulp van data van lonen in Nederland over 2014 van CBS (2017) de volgende coëfficiënten:

$$\begin{aligned} b_0 &= 19.380, \\ b_1 &= 2.501, \\ b_2 &= -0.052. \end{aligned}$$

Met de prognosetafels van het Actuariel Genootschap (2014) bepalen we de sterftekansen van iemand die 55 is geworden in 2017. Hierbij pakken we steeds het gemiddelde van mannen en vrouwen. Vervolgens gebruiken we deze sterftekansen om een verdeling van de gehele bevolking te schatten. De annuïteitsfactoren van de vector K verandert hierdoor als volgt:

$$K_i = \sum_{j=\max(n+1-i,0)}^{T-i} \frac{p_{i+j}}{p_i} q^j,$$

waar p_i de kans is dat iemand van 25 jaar oud tenminste $25 + i$ wordt en T is een fictieve eindleeftijd is. We zetten $T = 100$, i.e. niemand wordt ouder dan 125 jaar in dit model.¹¹

De arbeidspopulatie en het pensioengevend loonprofiel zijn te zien in Fig.7. Dit is na aftrek van franchise ter waarde van 13000 euro. Doordat vlak voor pensionering minder mensen full-time werken daalt het salaris in de laatste werkende jaren. Deze arbeidspopulatie, dit loonprofiel en de parameterkeuzes uit Set 1 en Set 2 van Tab.3 resulteert in een overgangseffect van respectievelijk **36.72 en 44.50 miljard**.

In Fig.8 zien we de netto waardeverandering voor deze arbeidspopulatie, loonprofiel en parameterkeuze uit Set 1. In tegenstelling tot Fig.6 is het niet in miljard euro uitgedrukt, maar als percentage van de netto contante waarde van het pensioeninkomen van de desbetreffende generatie. Fig.8 laat zien dat deze nettowaardeverandering uitgedrukt als percentage van het pensioen voor een toekomstige generatie 0.63% is. Het maximale verlies is -4.98% voor de huidige generatie met leeftijd 24. De netto waardeveranderingen zijn daarom binnen de range van $\pm 5\%$ van het totale pensioen per cohort.

4.4 Gevoeligheidsanalyse

Hier nemen we de parameterset zoals in Set 1 van Tab.3 als benchmark. De parameters c^H en c^L zijn niet meer van toepassing, aangezien deze zijn vervangen door het loonprofiel zoals hierboven beschreven. Vervolgens variëren we steeds één parameter en tonen we de verandering van het overgangseffect in de verschillende panels van Fig.9. Hieruit blijkt dat het overgangseffect gevoelig is voor verschillende parameterkeuzes. Het overgangseffect is het hoogst voor een rente rond 2.1%. Onder dit maximum heeft de rente een positief effect op het overgangseffect, terwijl voor hoge rentes ($r > 2.1\%$) het overgangseffect juist weer daalt met de rente. De reden hiervoor is dat bij hoge rentes de premies dichterbij nul komen te liggen, waardoor het verschil tussen een doorsneepremie en een actuariael faire premie ook kleiner wordt. De loongroei heeft een positief effect op het overgangseffect, terwijl de arbeidsgroei een negatief effect heeft op het overgangseffect. Het aantal werkende jaren heeft eerst een positief effect op het overgangseffect (bij lage n), omdat het verschil tussen actuariael eerlijke premie en doorsneepremie bij meerdere jaren oploopt. Aan de andere kant is men minder lang gepensioneerd wanneer er meerdere jaren gewerkt wordt, waardoor men een lagere premie hoeft te betalen. Dit laatste effect domineert bij $n \geq 42$, aangezien het overgangseffect dan weer afneemt. De pensioengrondslag en het opbouwpercentage hebben beiden een rechtevenredig verband met het overgangseffect.

Fig.9 laat zien dat het overgangseffect sterk afhangt van de gekozen parameter-

¹¹Aangezien $p_i < 0.1\%, \forall i \geq 83$, is de kans dat iemand van 25 jaar oud tenminste $25 + 83 = 108$ wordt kleiner dan één op duizend. De resultaten worden daarom niet beïnvloedt wanneer we T op een hoger niveau kiezen.

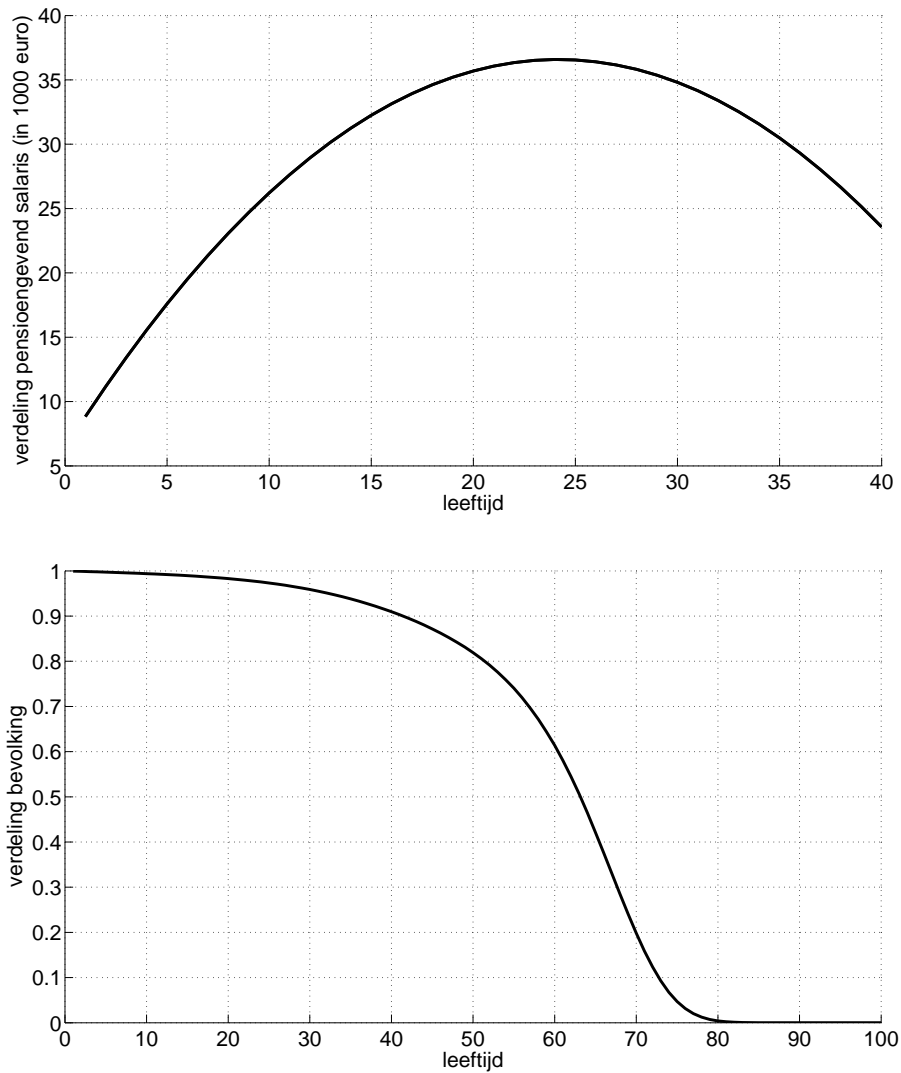


Figure 7: Verdeling pensioengevend salaris en bevolking *Merk op dat in dit model een alternatieve interpretatie is gegeven aan leeftijd: de werknemers hebben leeftijd 1 tot en met 40 en men is gepensioeneerd vanaf leeftijd 41. De vertaling naar realistische leeftijd is eenvoudig te verkrijgen door er 25 jaar bij op te tellen.*

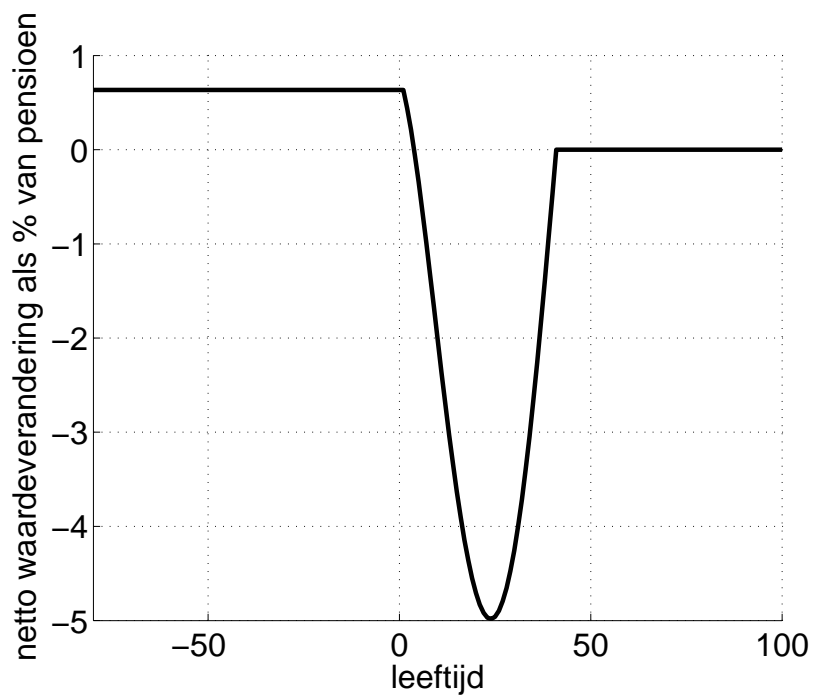


Figure 8: Netto waardeverandering per cohort als percentage van de contante waarde van het pensioen als functie van leeftijd zie Tab.3 Set 1 voor de onderliggende parameterkeuzes en Sectie 4.3 voor de onderliggende arbeidspopulatie en het loonprofiel. *Merk op dat in dit model een alternatieve interpretatie is gegeven aan leeftijd: de werknemers hebben leeftijd 1 tot en met 40 en men is gepensioeneerd van leeftijd 41 tot en met 60. De vertaling naar realistische leeftijd is eenvoudig te verkrijgen door er 25 jaar bij op te tellen.*

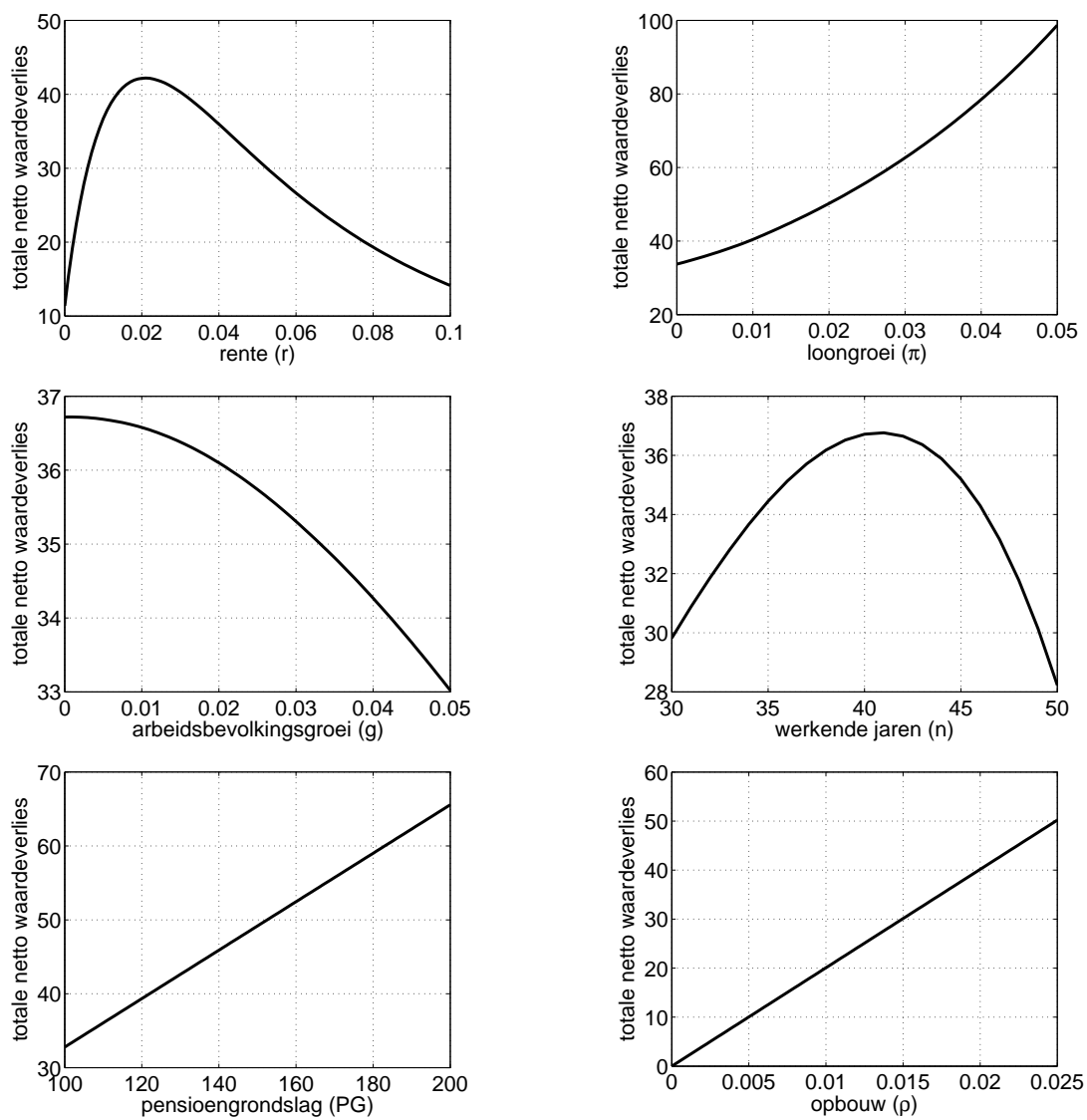


Figure 9: Gevoeligheidsanalyse overgangseffect in miljard euro zie Tab.3 Set 1 voor de benchmark parameterkeuzes

waardes. Andere parameteraannames resulteren daarom in een andere uitkomst voor het overgangseffect. Lever et al. (2017) beschrijven een overgangseffect van 55 miljard euro. De verschillen in uitkomsten zijn op een aantal manieren te verklaren. We noemen hier de vier grootste verschillen. Allereerst modelleren wij geen nabestaandenpensioen, omdat daar niet volledig DSS voor geldt, terwijl Lever et al. (2017) hiervoor een opslag van 0.25%-punt opbouwpercentage hanteren. Ten tweede geen wij uit van een pensioengrondslag van 112 miljard euro voor pensioenfondsen, terwijl Lever et al. (2017) uitgaan van 160 miljard euro door ook rekening te houden met pensioenregelingen via verzekeraars¹² en door een loonsomgroei tot 2020 in te rekenen. Ten derde gebruikt Lever et al. (2017) een rentecurve die oploopt tot 1.5%, terwijl wij het model simplificeren middels een vlakke RTS op 1%. Ten vierde is het resultaat van Lever et al. (2017) gebaseerd op een stochastische analyse, die ook rekening houdt met rechtenkortingen en -indexaties, terwijl wij uitgaan van een deterministisch model met nominale (gegarandeerde) pensioenrechten. De eerste twee verschillen in parameteraannames, i.e. het hogere opbouwpercentage en de hogere pensioengrondslag, leiden tot een hoger overgangseffect. Het is niet evident of het derde verschil, de RTS, een positief of negatief effect heeft op de uitkomst. De stochastische analyse resulteert waarschijnlijk in een lagere uitkomst voor het overgangseffect, aangezien rechtenkortingen gemiddeld omvangrijker zijn dan indexaties. Indexaties zijn namelijk gemaximeerd op loon- of prijsinflatie, terwijl kortingen geen limiet hebben.

4.5 Subsidie van arm naar rijk

Tot nu toe hebben we geen onderscheid gemaakt tussen arm en rijk in het modelleren van het overgangseffect. Als we wel onderscheid maken tussen arm en rijk, dan vinden we met behulp van data van lonen in Nederland over 2014 van CBS (2017) verschillende loonprofielen voor $f^H(s)$ en $f^L(s)$. Tab.5 toont de geschatte coëfficiënten voor $\alpha = 1$, $\alpha = 0.35$ en $\alpha = 0.1$. De profielen zijn weergegeven in Fig.10. Dit is het bruto salaris na aftrek van franchise. Bovendien is in de rechter grafiek van Fig.10 zichtbaar dat het pensioengevend salaris voor rijke deelnemers is afgetopt. De aftoppingsgrens ligt op 100.000 euro minus de franchise.

Wanneer we het loonprofiel van de rijke 10% van de bevolking beschouwen (i.e. $\alpha = 0.1$) dan zijn de verschillen in loonprofiel tussen arm en rijk groter dan wanneer we de rijke 35% van de bevolking beschouwen (i.e. $\alpha = 0.35$).

Door rekening te houden met een stijler loonprofiel voor de rijke groep kan het totale netto waardeverlies, i.e. het overgangseffect, ruim anderhalf miljard toenemen.

Hoe stijler het loonprofiel hoe groter het overgangseffect door afschaffing DSS. Zoals te zien in de voorlaatste rij van Tab.5 is het netto waardeverlies voor een rijke deelnemer substantieel hoger dan voor een arme deelnemer. De arme groep

¹²Aangezien niet volledig DSS geldt voor verzekeraars hebben wij dit buiten beschouwing gelaten.

Table 5: Geschatte coëfficiënten bij de verschillende loonprofielen zie Tab.3 Set 1 voor de benchmark parameterkeuzes

Fractie rijke groep	$\alpha = 1$		$\alpha = 0.35$		$\alpha = 0.1$	
	arm	rijk	arm	rijk	arm	rijk
b_0	-	19.378	10.935	35.609	15.776	50.440
b_1	-	2.501	1.628	4.021	2.100	6.172
b_2	-	-0.052	-0.037	-0.078	-0.044	-0.089
netto waardeverlies (mld euro)						
totaal		36.72		37.02		37.67
per type groep	-	36.72	6.48	30.54	11.73	25.94
per 1% bevolking	-	0.3672	0.0997	0.8727	0.2882	1.1734
perverse subsidies (mld euro)	-	-	-10.06	10.06	-10.73	10.73

deelnemers hebben een relatief vlak loonprofiel en daarom een relatief laag netto waardeverlies.

Aan de andere kant hebben rijke deelnemers in hun jongere jaren gemiddeld ook meer subsidie aan oudere deelnemers gegeven via de doorsneepremie. Daarom analyseren we hieronder de alternatieve vorm van DSS, waarbij we de premie differentiëren binnen een type groep, door een doorsneepremie voor rijke deelnemers en een doorsneepremie voor arme deelnemers te hanteren:

$$P^{DS,i} = \frac{\rho K(u_t^i \circ w_t^i)}{(u_t^i)'(w_t^i)}.$$

Hiermee blijft de premie binnen een groep onafhankelijk van de leeftijd. Dit alternatief is aantrekkelijker voor arme deelnemers, aangezien hiermee geen perverse subsidie van arm naar rijk plaatsvindt. We vergelijken dit alternatief met de DSS en berekenen daarmee wat de waarde is van de totale perverse subsidie. De totale perverse subsidies zijn voor $\alpha = 0.35$ en $\alpha = 0.1$ respectievelijk 10.06 en 10.73 miljard euro zie de onderste rij van Tab.5.

Deze getallen illustreren dat er onder de DSS een substantiële waardeoverdracht is van arm naar rijk, wat een sterke reden kan zijn om DSS af te schaffen en over te stappen op een actuair eerlijk systeem. Bovendien zou dit een reden kunnen zijn om niet het volledige netto waardeverlies te compenseren, maar slechts een deel van het overgangseffect van afschaffing DSS te compenseren.

5 Conclusie

Door afschaffing DSS zullen de meeste huidige werkende generaties subsidies missen waar ze recht op hadden ter compensatie van eerder teveel betaalde premies, terwijl enkele jonge generaties en de toekomstige generaties profiteren van

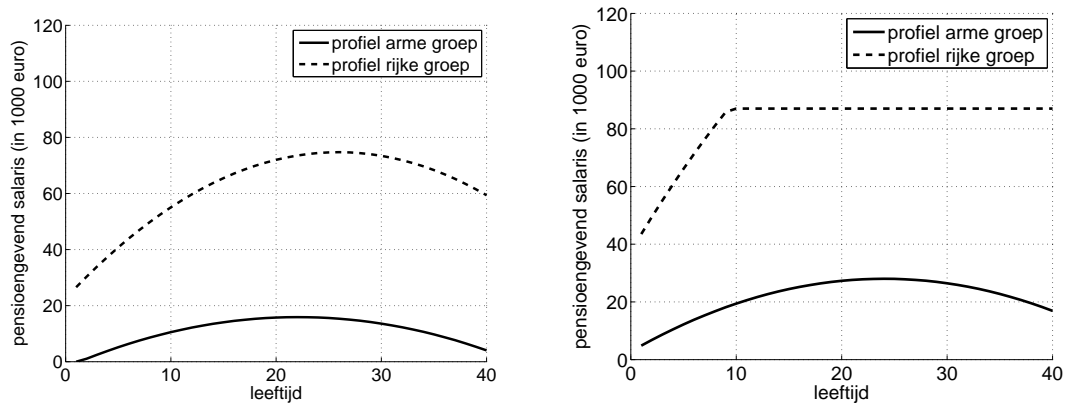


Figure 10: Profiel van pensioengevend salaris van arm en rijk. In de linker grafiek bestaat de rijke groep uit 35% van de arbeidsbevolking en in de rechter grafiek uit 10%. *Merk op dat in dit model een alternatieve interpretatie is gegeven aan leeftijd: de werknemers hebben leeftijd 1 tot en met 40 en men is gepensioeneerd vanaf leeftijd 41. De vertaling naar realistische leeftijd is eenvoudig te verkrijgen door er 25 jaar bij op te tellen.*

premiëvrijval. Dit onderzoek laat zien wat de waardeveranderingen zijn voor verschillende generaties en voor verschillende parameteraannames. Het totale waardeverlies van de generaties die er op achteruit gaan wanneer DSS wordt afgeschaft, noemen we het overgangseffect. Uit onze basisschatting volgt dat het overgangseffect van afschaffing DSS zo'n 37 miljard is. Misschien belangrijker is de conclusie dat per cohort de netto waardeveranderingen als percentage van het pensioen binnen de range $\pm 5\%$ liggen. Wel zijn deze getallen zeer gevoelig voor de gekozen parameteraannames, andere parameterkeuzes resulteren in een andere waarde van het overgangseffect. De pensioengrondslag en het opbouwpercentage hebben een rechtevenredig verband met het overgangseffect. De loongroei heeft een positief effect op het overgangseffect, terwijl de arbeidsgroei een negatief effect heeft op het overgangseffect. Het overgangseffect is het hoogst voor een rente iets boven 2%. Onder dit maximum heeft de rente een sterk positief effect op het overgangseffect, terwijl voor hogere rentes het overgangseffect juist weer daalt met de rente. De reden hiervoor is dat voor hogere rentes de premies dichterbij nul liggen, waardoor het verschil tussen een doorsneepremie en een actuariële faire premie ook kleiner wordt. Ten slotte hebben we aangetoond dat er substantiële waardeoverdrachten zijn van arm naar rijk onder de DSS, wat een sterke reden is om DSS af te schaffen. De totale perverse subsidie van arm naar rijk is zo'n 10 miljard. Deze waardeoverdracht van arm naar rijk blijft bestaan wanneer DSS niet wordt afgeschaft en zou een reden kunnen zijn om niet het volledige overgangseffect te compenseren bij afschaffing DSS.

Deze analyse heeft enkele tekortkomingen. Ten eerste is dit een deterministisch model. Een stochastisch model is in staat om het conditionele indexatiebeleid en

de kans op kortingen mee te nemen in de berekening van het overgangseffect al verwachten we hier geen significant andere resultaten van. Ten tweede nemen we aan dat de rentetermijnstructuur (RTS) vlak is. In de praktijk zit er een curve in de RTS, waardoor voor verschillende looptijden een andere disconteringsvoet gebruikt dient te worden. Ten slotte kan de schatting voor de perverse subsidie van arm naar rijk op twee manieren worden verbeterd. Ten eerste zijn de sociaal economische verschillen tussen deelnemers binnen één pensioenfonds in de praktijk kleiner dan verschillen tussen deelnemers van alle pensioenfondsen. Door in de berekening uit te gaan van één pensioenfonds met een deelnemersbestand gelijk aan de totale arbeidsbevolking, i.e. met zowel arme als rijke deelnemers, wordt de perverse subsidie overschat. Ten tweede hebben arme deelnemers gemiddeld een lagere levensverwachting dan rijke deelnemers. Door geen rekening te houden met verschillen in levensverwachting tussen arme en rijke deelnemers, wordt de perverse subsidie binnen de DSS onderschat.

Bibliografie

- Actuarieel Genootschap (2014). Prognosetafel AG2014. www.ag-ai.nl.
- Boeijen, T., Jansen, C., Kortleve, C., and Tamerus, J. (2006). Leeftijdssolidariteit in de doorneepremie. In Lecq, S. v. d. and Steenbeek, O., editors, *Kosten en Baten van Collectieve Pensioensystemen*, chapter 7. Kluwer.
- Bonenkamp, J. (2007). Measuring lifetime redistribution in dutch occupational pensions. *CPB Discussion Paper*, 81.
- Bovenberg, A., Mackenbach, J., and Mehlkopf, R. (2006). Een eerlijk en vergrijzingbestendig ouderdomspensioen. *ESB*, 91(4490).
- CBS (2017). CBS Statline. statline.cbs.nl.
- Chen, D. H. J. and Beetsma, R. M. W. J. (2015). Mandatory participation in occupational pension schemes in the Netherlands and other countries. An update. Discussion Paper 10/2015-032, Netspar.
- Deelen, A. (2012). Wage-tenure profiles and mobility. *CPB Discussion Paper*, 198.
- Euwals, R. de Graaf-Zijl, M. and den Ouden, A. (2014). Arbeidsaanbod tot 2060. *CPB Achtergronddocument*.
- Lever, M., Bonenkamp, J., and Cox, R. (2013). Voor- en nadelen van de doorsneesystematiek. *CPB Notitie*.
- Lever, M. and Muns, S. (2017). Effecten afschaffing doorsneesystematiek: een ALM-analyse. *CPB Achtergronddocument*.
- Lever, M., Van Ewijk, C., Werker, B., and van Wijnbergen, S. (2017). Overgangseffecten bij afschaffing doorsneesystematiek. *CPB Notitie*.

- Sutrisna, J. (2010). De huidige doorsneepremie in de verplichtstelling: een perverse solidariteit? www.aectueel.nl.
- Van Ewijk, C. (2017). Doorsneeprobleem en heterogene fondsen: een analytische benadering. www.netspar.nl.
- Werker, B. (2017). Transitielast en premievrijval bij introductie degressieve opbouw. Mimeo Tilburg University.

A Wiskundige afleidingen

A.1 Doorsneepremie

De pensioengrondslag is te herschreven als volgt:

$$\begin{aligned}
PG_t &= (u_t^H)' (w_t^H) + (u_t^L)' (w_t^L) \\
&= \sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \\
&= (1 + \pi)^t (1 + g)^t \sum_{i=1}^n (u_{i,0}^H w_{i,0}^H + u_{i,0}^L w_{i,0}^L) \\
&= (1 + \pi)^t (1 + g)^{n+t} \sum_{i=1}^n \left[\alpha (1 + g)^{-i} w_{i,0}^H + (1 - \alpha) (1 + g)^{-i} w_{i,0}^L \right] \\
&= (1 + \pi)^t (1 + g)^{n+t} \sum_{i=1}^n \left[\alpha (1 + g)^{-i} (1 + c^H)^{i-1} + (1 - \alpha) (1 + g)^{-i} (1 + c^L)^{i-1} \right] \\
&= (1 + \pi)^t (1 + g)^{n-1+t} \sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{\alpha (1 + c^H)^i + (1 - \alpha) (1 + c^L)^i}{(1 + g)^i} \right] \\
&= (1 + \pi)^t (1 + g)^{n-1+t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{(1 + g)^i}
\end{aligned}$$

met $\chi_i = \alpha (1 + c^H)^i + (1 - \alpha) (1 + c^L)^i$

en de doorsneepremie is dan te herschrijven tot

$$\begin{aligned}
P^{DS} &= \frac{\rho K (u_t^H \circ w_t^H + u_t^L \circ w_t^L)}{PG_t} \\
&= \frac{\rho \sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) K_i}{\sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L)} \\
&= \rho q^{n+1} \frac{(1+\pi)^t (1+g)^t \sum_{i=0}^{m-1} q^i \sum_{i=1}^n [q^{-i} (u_{i,0}^H w_{i,0}^H + u_{i,0}^L w_{i,0}^L)]}{(1+\pi)^t (1+g)^{n-1+t} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{(1+g)^i}} \\
&= \rho q^n \frac{\sum_{i=0}^{m-1} q^i \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{q^i (1+g)^i}}{\sum_{i=0}^{n-1} \frac{\chi_i}{(1+g)^i}}.
\end{aligned}$$

A.2 Technische voorzieningen

We kunnen L_t uitschrijven als volgt

$$\begin{aligned}
L_t &= \sum_{i=1}^n K_i (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) + \sum_{i=n+1}^m K_i (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) \\
&= \sum_{i=1}^n \sum_{j=n+1-i}^{n+m-i} q^j (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) + \sum_{i=n+1}^m \sum_{j=0}^{n+m-i} q^j (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) \\
&= \sum_{i=1}^n \left[(1+g)^{n-i} (\alpha B_{i,t}^H + (1-\alpha) B_{i,t}^L) \sum_{j=n+1-i}^{n+m-i} q^j \right] \\
&\quad + \sum_{i=n+1}^m (1+g)^{n-i} (\alpha B_{i,t}^H + (1-\alpha) B_{i,t}^L) \sum_{j=0}^{n+m-i} q^j \\
\text{met } B_{i,t}^k &= \rho (1+c^k)^{i-1} \sum_{j=1}^i \left(\frac{(1+z)}{(1+\pi)(1+c^k)} \right)^{j-1} \text{ voor } i \leq n \\
&= B_{n,t}^k \left(\frac{1+z}{1+\pi} \right)^{i-n} \text{ voor } i > n.
\end{aligned}$$

Het eerste en tweede sommatieteken van L_t is gelijk aan de pensioenrechten van, respectievelijk, alle werkende en alle gepensioneerde cohorten.

A.3 Dekkingsgraadverandering

De verandering van de dekkingsgraad is

$$\begin{aligned}
\Delta F_{t+1} &= F_{t+1} - F_t \\
&= \frac{(1+r) [A_t + \rho K' (u_t^H \circ w_t^H + u_t^L \circ w_t^L)]}{(1+g)(1+\pi)L_t} \\
&\quad - \frac{(1+r) \sum_{i=n+1}^{n+m} (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L)}{(1+g)(1+\pi)L_t} - \frac{A_t}{L_t} \\
&= \frac{(1+r) \rho K' (u_t^H \circ w_t^H + u_t^L \circ w_t^L)}{(1+g)(1+\pi)L_t} \\
&\quad - \frac{(1+r) \sum_{i=n+1}^{n+m} (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L)}{(1+g)(1+\pi)L_t} \\
&\quad + \frac{[(1+r) - (1+g)(1+\pi)] F_t}{(1+g)(1+\pi)} \\
\iff (1+g)(1+\pi)L_t dF_{t+1} &= \sum_{i=1}^n K_i \rho (1+r) (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \\
&\quad + \sum_{i=1}^n K_i F_t [(1+r) - (1+g)(1+\pi)] (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) \\
&\quad + \sum_{i=n+1}^m (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) [(1+r) - (1+g)(1+\pi)] F_t K_i \\
&\quad - \sum_{i=n+1}^m (u_{i,t}^H B_{i,t}^H + u_{i,t}^L B_{i,t}^L) (1+r).
\end{aligned}$$

A.4 Netto waardeverandering

De netto waardeverandering van een groep uit generatie j met type k is gelijk aan

$$\begin{aligned}
NWV_{j,t}^k &= u_{j,t}^k \sum_{i=\max(j,1)}^n \frac{w_{i,t+i-j}^k (P^{DS} - P_i)}{(1+r)^{i-j}} \\
&= \frac{\Xi_j u_{n,0}^k}{\rho \sum_{l=n}^{n+m-1} q^l} \sum_{i=\max(j,1)}^n \left(\frac{(1+\pi)(1+c^k)}{(1+r)} \right)^{i-1} (P^{DS} - P_i) \\
&= \Xi_j u_{n,0}^k \sum_{i=\max(j-1,0)}^{n-1} \left(\frac{(1+\pi)(1+c^k)}{q(1+r)} \right)^i \left(q^i \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{q^l(1+g)^l}}{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{(1+g)^l}} - 1 \right) \\
\text{met } \Xi_j &= \rho \sum_{l=n}^{n+m-1} q^l (1+\pi)^t (1+g)^{t+n-2} \left(\frac{(1+g)(1+\pi)}{(1+r)} \right)^{1-j}.
\end{aligned}$$

Voor een generatie is de netto waardeverandering gelijk aan

$$\begin{aligned} NWW_{j,t} &= NWW_{j,t}^H + NWW_{j,t}^L \\ &= \Xi_j \sum_{i=\max(j-1,0)}^{n-1} \chi_i \left(\frac{(1+\pi)}{q(1+r)} \right)^i \left(q^i \frac{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{q^l(1+g)^l}}{\sum_{l=0}^{n-1} \frac{\chi_l}{(1+g)^l}} - 1 \right). \end{aligned}$$

A.5 Premiedekkingsgraad

De reële premiedekkingsgraad is gedefinieerd als

$$PDG = \frac{\sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \sum_{j=\max(n+1-i,0)}^{n+m-i} \left(Q \frac{1+z}{1+r} \right)^j}{\sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \sum_{j=\max(n+1-i,0)}^{n+m-i} \left(\frac{1+z}{1+r} \right)^j}.$$

Als $Q = 1$, dan is de reële premiedekkingsgraad 100%. Wanneer $Q = \frac{1}{1+z}$, dan is de nominale premiedekkingsgraad 100%, terwijl de reële premiedekkingsgraad gelijk is aan

$$PDG = \frac{\sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \sum_{j=\max(n+1-i,0)}^{n+m-i} \left(\frac{1}{1+r} \right)^j}{\sum_{i=1}^n (u_{i,t}^H w_{i,t}^H + u_{i,t}^L w_{i,t}^L) \sum_{j=\max(n+1-i,0)}^{n+m-i} \left(\frac{1+z}{1+r} \right)^j}.$$

Bij $Q = \frac{1}{1+z} = 1$, i.e. indexatie is gelijk aan nul ($z = 0$), dan geldt dat zowel de reële als de nominale dekkingsgraad 100% is.

A.6 3-OLG model

A.6.1 Premiedekkingsgraad

De reële premiedekkingsgraad is

$$PDG = \frac{Q^2 (1+g)(1+z) + Q\chi_1(1+r)}{(1+g)(1+z) + \chi_1(1+r)}.$$

Wanneer $Q = \frac{1}{1+z}$, dan is de nominale premiedekkingsgraad 100%, terwijl de reële premiedekkingsgraad gelijk is aan

$$PDG = \left(\frac{1}{1+z} \right) \frac{(1+g) + \chi_1(1+r)}{(1+g)(1+z) + \chi_1(1+r)}.$$

A.6.2 Subsidie van arm naar rijk

De groep van type k uit generatie j heeft de volgende winst bij de alternatieve vorm van DSS waarbij onderscheid wordt gemaakt tussen type groep:

$$\begin{aligned} WA_{2,t}^k &= u_{2,t}^k w_{2,t}^k (P^{DS} - P^{DS,k}) \\ &= u_{2,0}^k (1 + \pi)^t (1 + g)^t (1 + c^k) (P^{DS} - P^{DS,k}) \\ &= \rho q u_{2,0}^k (1 + \pi)^t (1 + g)^t (1 + c^k) \left(\frac{(1 + g)q + \chi_1}{1 + g + \chi_1} - \frac{(1 + g)q + (1 + c^k)}{1 + g + 1 + c^k} \right) \end{aligned}$$

en voor $j \leq 1$:

$$\begin{aligned} WA_{j,t}^k &= u_{j,t}^k \sum_{i=\max(j,1)}^2 \frac{w_{i,t+i-j}^k (P^{DS} - P^{DS,k})}{(1 + r)^{i-j}} \\ &= (1 + \pi)^t (1 + g)^t u_{j,0}^k \frac{(1 + \pi)^{1-j}}{(1 + r)^{1-j}} \left(1 + \frac{(1 + \pi)}{(1 + r)} (1 + c^k) \right) (P^{DS} - P^{DS,k}) \\ &= \rho q u_{2,0}^k (1 + \pi)^t (1 + g)^t \left(\frac{(1 + g)(1 + \pi)}{(1 + r)} \right)^{1-j} \\ &\quad * \left((1 + g) + \frac{(1 + g)(1 + \pi)(1 + c^k)}{(1 + r)} \right) \left(\frac{(1 + g)q + \chi_1}{1 + g + \chi_1} - \frac{(1 + g)q + (1 + c^k)}{1 + g + 1 + c^k} \right). \end{aligned}$$

Voor de twee typen gesommeerd krijgen we:

$$\begin{aligned} WA_{2,t} &= WA_{2,t}^H + WA_{2,t}^L \\ &= \rho q u_{2,0}^H (1 + \pi)^t (1 + g)^t (1 + c^H) \left(\frac{(1 + g)q + \chi_1}{1 + g + \chi_1} - \frac{(1 + g)q + (1 + c^H)}{1 + g + 1 + c^H} \right) \\ &\quad + \rho q u_{2,0}^L (1 + \pi)^t (1 + g)^t (1 + c^L) \left(\frac{(1 + g)q + \chi_1}{1 + g + \chi_1} - \frac{(1 + g)q + (1 + c^L)}{1 + g + 1 + c^L} \right) \\ &= \rho q (1 + \pi)^t (1 + g)^t \\ &\quad * \left(\chi_1 \frac{(1 + g)q + \chi_1}{1 + g + \chi_1} - \alpha (1 + c^H) \frac{(1 + g)q + (1 + c^H)}{1 + g + 1 + c^H} - (1 - \alpha) (1 + c^L) \frac{(1 + g)q + (1 + c^L)}{1 + g + 1 + c^L} \right) \\ &= \rho q (1 + \pi)^t (1 + g)^t (1 + g)^2 \frac{[\chi_1 \chi_1 - (1 - \alpha) (1 + c^L) (1 + c^L) - \alpha (1 + c^H) (1 + c^H)]}{(1 + g + \chi_1) (1 + g + 1 + c^H) (1 + g + 1 + c^L)} (1 - q) \\ &= \rho q (1 + \pi)^t (1 + g)^{t+2} \frac{\alpha (1 - \alpha) (c^H - c^L)^2 (q - 1)}{(1 + g + \chi_1) (1 + g + 1 + c^H) (1 + g + 1 + c^L)} \end{aligned}$$

en voor $j \leq 1$:

$$WA_{j,t} = \rho q (1 + \pi)^t (1 + g)^{t+2} \left(\frac{(1 + g)(1 + \pi)}{(1 + r)} \right)^{1-j} \frac{\left[1 - \frac{(1 + \pi)(1 + g)}{(1 + r)} \right] (1 - \alpha) \alpha (c^H - c^L)^2 (1 - q)}{(1 + g + \chi_1) (1 + g + 1 + c^H) (1 + g + 1 + c^L)}.$$

A.6.3 Dekkingsgraadontwikkeling

Zonder beleidsinstrumenten is de dekkingsgraad niet-stationair:

$$\begin{aligned}
(1+g)(1+\pi)L_t\Delta F_{t+1} &= q^2\rho(1+r)(1+g) \\
&\quad + q\{\rho(1+r)\chi_1 + F_t[(1+r) - (1+g)(1+\pi)](\alpha B_{2,t}^H + (1-\alpha)B_{2,t}^L)\} \\
&\quad + \frac{1}{1+g}(\alpha B_{3,t}^H + (1-\alpha)B_{3,t}^L)\{[(1+r) - (1+g)(1+\pi)]F_t - (1+r)\} \\
\iff \frac{(1+g)(1+\pi)L_t}{\rho}\Delta F_{t+1} &= q^2(1+r)(1+g) \\
&\quad + q\left\{(1+r)\chi_1 + F_t[(1+r) - (1+g)(1+\pi)]\left(\chi_1 + \frac{1+z}{1+\pi}\right)\right\} \\
&\quad + \frac{1}{1+g}\left(\frac{1+z}{1+\pi}\right)\{F_t[(1+r) - (1+g)(1+\pi)] - (1+r)\}\left(\chi_1 + \frac{1+z}{1+\pi}\right) \\
&= q^2(1+r)(1+g) + q(1+r)\chi_1 - \frac{(1+r)(1+z)}{(1+g)(1+\pi)}\left(\chi_1 + \frac{1+z}{1+\pi}\right) \\
&\quad + F_t[(1+r) - (1+g)(1+\pi)]\left(q + \frac{1+z}{(1+g)(1+\pi)}\right)\left(\chi_1 + \frac{1+z}{1+\pi}\right) \\
\text{met } B_{3,t}^k &= B_{2,t}^k\left(\frac{1+z}{1+\pi}\right) \\
&= \rho\frac{(1+\pi)(1+c^k) + (1+z)}{(1+\pi)}\left(\frac{1+z}{1+\pi}\right).
\end{aligned}$$

Wanneer $Q = 1$, dan krijgen we

$$\begin{aligned}
\Delta F_{t+1} &= \frac{\rho(1+z)[(1+g)(1+\pi) - (1+r)]}{(1+r)(1+g)^2(1+\pi)^2L_t} \\
&\quad * \left\{(1-F_t)\left(\frac{1+z}{1+\pi} + \chi_1\right)[(1+g)(1+\pi) + (1+r)] - (1+g)(1+\pi)\chi_1\right\}
\end{aligned}$$

Dit is gelijk aan nul wanneer geldt dat $(1+r) = (1+g)(1+\pi)$ of wanneer de dekkingsgraad gelijk is aan

$$\frac{(1+z)(1+g)(1+\pi) + (1+r)[(1+\pi)\chi_1 + (1+z)]}{[(1+r) + (1+g)(1+\pi)][(1+\pi)\chi_1 + (1+z)]}.$$

Met behulp van beleidsinstrumenten zou de dekkingsgraad stationair gemaakt kunnen worden. Het is bijvoorbeeld gebruikelijk dat de hoogte van de dekkingsgraad bepaalt hoeveel de pensioenrechten worden geïndexeerd. Met andere woorden, de indexatie wordt dan een functie van de dekkingsgraad, e.g. $z(F_t)$.