



**UvA-DARE (Digital Academic Repository)**

**Chaostheorie in de economie**

Hommes, C.H.

*Published in:*  
Economisch-Statistische Berichten

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Hommes, C. H. (1995). Chaostheorie in de economie. *Economisch-Statistische Berichten*, 80(3993), 58-62.

**General rights**

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

**Disclaimer/Complaints regulations**

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <http://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, Singel 425, 1012 WP Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

# Chaostheorie in de economie

C.H. Hommes\*

**V**eel economen denken dat grillig en onvoorspelbaar gedrag door het toeval veroorzaakt wordt. Vanuit de wiskunde en de fysica is de laatste twee decennia een fundamenteel andere verklaring ontwikkeld: de chaostheorie. Inmiddels hebben economen de eerste pogingen gedaan om de prijsontwikkeling op een markt, het conjunctuurverloop en de beurskoersen met deze theorie te verklaren.

Economische tijdreeksen kunnen soms zeer grillig gedrag vertonen. Denk bij voorbeeld aan fluctuaties in de werkloosheid, aandelenkoersen, wisselkoersen of de rente op de geldmarkt. Toeval? De chaostheorie kan grillig en onvoorspelbaar gedrag verklaren met eenvoudige exacte niet-lineaire wetmatigheden. Wat houdt deze chaostheorie precies in? Hoe is de theorie ontstaan? Heeft deze theorie enige relevantie voor de economische wetenschap? Kunnen economische modellen chaotisch gedrag vertonen? Kunnen de fluctuaties in bij voorbeeld de werkloosheidscijfers of in aandelenkoersen door chaotische modellen verklaard worden? Dat zijn enkele vragen waarop in dit artikel wordt ingegaan.

## De opkomst van de chaostheorie

### *De wereld als klok*

In het jaar 2062 zal de komeet van Halley de baan van de aarde kruisen, net als in 1986. In 1705 ontdekte Halley dat de naar hem genoemde komeet eens in de 76 jaar aan de hemel verschijnt. Banen van kometen (en van planeten) lijken bijna perfect voorspelbaar. Ze bewegen volgens de gravitatie wetten van Newton en met behulp van deze bewegingsvergelijkingen kan de positie van een komeet tot ver in de toekomst nauwkeurig voorspeld worden.

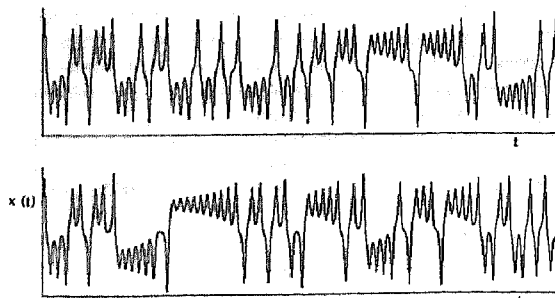
In de 17e en 18e eeuw leidde het succes van de fysica in het algemeen en de hemelmechanica in het bijzonder tot een groot optimisme omtrent de voorspellingsmogelijkheden van de wetenschap. De bekende franse wiskundige Laplace (1749-1827) zag de

wereld als een grote klok. Dit uurwerk was weliswaar ingewikkeld, maar in principe goed te voorspellen. Volgens het Laplaciaans determinisme had de wetenschap tot taak alle natuurwetten te achterhalen en de huidige toestand van de wereld zo nauwkeurig mogelijk in kaart te brengen. Als de wetenschap in beide zou slagen, dan zou een nagenoeg perfecte voorspelling van de toekomst mogelijk zijn. Er bleek echter een lelijke adder onder het gras te zitten, die niemand destijds had voorzien.

### *Is het zonnestelsel stabiel?*

Rond 1700 was al bekend dat uit de bewegingswetten van Newton volgt dat in een systeem van twee hemellichamen, zeg van zon en maan, de maan in een ellipsbaan rond de zon beweegt. In dit twee-lichamenprobleem is de beweging dus periodiek. In 1887 schreef koning Oskar II van Zweden een prijsvraag uit voor het beste essay over de vraag die al twee eeuwen lang een aantal bekende wetenschappers bezig hield: is ons zonnestelsel stabiel? Is de beweging in ons zonnestelsel periodiek, of zal vandaag of morgen (of over een paar eeuwen) misschien één van de planeten 'ontsnappen'? De prijs werd gewonnen door de Franse wiskundige Henri Poincaré. Niet zozeer omdat hij de vraag beantwoordde, maar omdat hij liet zien dat in een speciaal geval van het drie-lichamenprobleem, zeg twee planeten en een kleine komeet, de twee planeten ongeveer in een ellipsbaan om elkaar heen bewegen, maar de baan van de komeet bepaald niet periodiek, maar zeer grillig en onvoorspelbaar is. In de huidige terminologie: in het drie-lichamenprobleem kan de beweging chaotisch zijn. De komeet wordt als het ware heen en weer geslingerd door de aantrekkingskracht van de twee planeten, dan eens aangetrokken door de één dan weer door de ander. Het gevolg is dat de komeet kras heen en weer beweegt tussen de twee planeten door. Poincaré introduceerde het begrip 'homokliene baan' bij de beschrijving van de complexiteit van het drie-lichamenprobleem. Het optreden van homoklie-

**Figuur 1.**  
Chaotische  
tijdreeksen  
met gevoelige  
afankelijk-  
heid van  
startwaarden



\* De auteur is werkzaam bij de vakgroep Kwantitatieve Methoden aan de Economische faculteit van de Universiteit van Amsterdam.

ne banen blijkt nu een belangrijke eigenschap van een chaotisch systeem te zijn. Poincaré wordt dan ook gezien als één van de grondleggers van de chaostheorie<sup>1</sup>.

#### *Het vlindereffect van Lorenz*

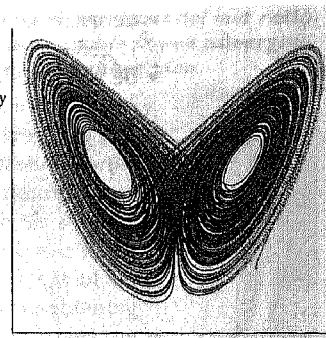
Het fundamentele belang van het werk van Poincaré is eigenlijk pas de laatste twintig jaar goed tot de wetenschap doorgedrongen. In het begin van de jaren zestig simuleerde de meteoroloog Edward Lorenz een sterk vereenvoudigd weermodel op zijn computer. Het model bestond uit een drietal zeer eenvoudige niet-lineaire differentiaalvergelijkingen, maar toch zagen de tijdreeksen die de computer berekende er onregelmatig en onvoorspelbaar uit. Op een dag besloot Lorenz de laatste helft van een bepaalde tijdreeks nog eens over te doen. Daarbij nam hij de toestand halverwege als startpunt voor de nieuwe tijdreeks. Toen Lorenz enkele uren later terugkwam en het resultaat zag was hij geschokt: de tweede tijdreeks was totaal verschillend van de eerste! Eerst dacht Lorenz dat er iets mis was met zijn computer. Later realiseerde hij zich echter dat er een andere verklaring was: het startpunt voor de tweede tijdreeks was in drie decimalen ingevoerd, terwijl de computer de eerste tijdreeks in zes decimalen berekend had. Het verschil tussen de twee tijdreeksen werd dus veroorzaakt door een verschil in de vierde decimaal van de begintoestand (zie figuur 1).

Dit verschijnsel heet gevoelige afhankelijkheid van startwaarden. Een zeer kleine verandering in de beginpositie leidt na verloop van tijd tot een groot verschil en dus tot een totaal andere lange-termijnvoorspelling. Kleine oorzaken hebben grote gevolgen. Aanvankelijk vond Lorenz de onvoorspelbaarheid in zijn model een 'ongewenste' eigenschap. Later realiseerde hij zich echter dat de onvoorspelbaarheid in zijn model juist zeer realistisch was. Immers iedereen weet uit eigen ervaring dat de atmosfeer een onvoorspelbaar systeem is. Lorenz had nu een zeer eenvoudige niet-lineair model gevonden dat een zelfde soort onvoorspelbaarheid bezit als de atmosfeer. De onvoorspelbaarheid ligt opgesloten in de niet-lineaire wetten van de atmosfeer. Tegenwoordig gaan meteorologen er dan ook van uit dat het weer principieel nooit meer dan twaalf dagen vooruit te voorspellen is.

#### *Deterministische chaos*

Het model van Lorenz is één van de eerste voorbeelden van een chaotisch model. De oplossingen blijven maar kris kras heen en weer bewegen, zonder zich te herhalen. Toch is het gedrag van de oplossingen niet volstrekt willekeurig: computersimulaties laten zien dat voor elke startwaarde de oplossingen steeds weer hetzelfde lange-termijngedrag vertonen en naar dezelfde zogeheten vreemde aantrekker convergeren (zie figuur 2)<sup>2</sup>. Een vreemde aantrekker karakteriseert lange-termijngedrag dat veel gecompliceerder is dan een stabiele evenwichtswaarde of een stabiele periodieke oplossing. Vanwege de gevoelige afhankelijkheid van startwaarden blijft het moeilijk om te voorspellen waar op de aantrekker zich na verloop van tijd een oplossing bevindt.

Tegenwoordig is het een wiskundig feit dat vreemde aantrekkers veel voorkomen in eenvoudige niet-lineaire deterministische modellen. Men spreekt vaak van deterministische chaos. Deze op het eerste gezicht paradoxale term dekt precies de lading: eenvoudige, exacte vastliggende wetmatigheden, waarbij het toeval geen enkele rol speelt, kunnen toch leiden tot onvoorspelbare en grillige tijdspatronen. Dit fundamenteel nieuwe inzicht staat haaks op het eerder genoemde Laplaciaans determinisme en wordt door sommigen, na de relativiteitstheorie en de quantum mechanica, zelfs de derde wetenschappelijke revolutie van deze eeuw genoemd.



**Figuur 2. De vreemde aantrekker in het Lorenz-model**

### **Chaos in de economie**

Wat heeft chaos nu met de economische theorie te maken? Kunnen conjunctuurschommelingen of fluctuaties op de financiële markten met behulp van een niet-lineair model met een vreemde aantrekker verklaard worden?

In de afgelopen tien jaar zijn tal van eenvoudige economische modellen ontwikkeld die chaotisch gedrag vertonen<sup>3</sup>. Met succes: niet-lineaire economische wetten blijken niet alleen het oscillerend gedrag van economische variabelen, maar zelfs ook een deel van het grillige gedrag te kunnen verklaren. De tot nu toe gepresenteerde voorbeelden in de literatuur zijn echter zeer eenvoudig en lijken nog ver van de realiteit te staan. De tijdreeksen van deze modellen vertonen een aantal overeenkomsten, maar ook een aantal duidelijke verschillen met actuele economische tijdreeksen. De modellen kunnen de data (nog) niet goed verklaren.

#### *Een eenvoudig vraag-aanbod model*

Ter illustratie het misschien wel allereenvoudigste voorbeeld van een economisch model waarin chaotisch gedrag optreedt: het 'spinnwebmodel' met adaptieve prijsverwachtingen<sup>4</sup>. Dit model beschrijft een markt uitgaande van vier aannames:

- de vraag van de consument neemt af als de prijs toeneemt;
- het aanbod van de producenten neemt toe als de producenten voor de komende periode een hogere prijs verwachten;

1. Twee voor 'leken' geschreven boeken over de chaostheorie met veel aandacht voor historische aspecten zijn: J. Gleick, *Chaos. Making a new Science*, Viking, New York 1987 (nederlandse vertaling: Contact, Amsterdam 1989) en H. Tennekes (red.), *De vlinder van Lorenz*, Aramith 1990  
2. Deze term werd geïntroduceerd in D. Ruelle en F. Takens, On the nature of turbulence, *Communications in Mathematical Physics*, jg. 20, 1971, blz. 167-192.  
3. Voor een overzicht: H.-W. Lorenz, *Nonlinear dynamical economics and chaotic motion*, second and enlarged edition, Springer Verlag, Berlijn, 1993.  
4. Zie hoofdstuk 1 in C.H. Hommes, *Chaotic dynamics in economic models. Some simple case-studies*, proefschrift RUG, Wolters-Noordhoff, Groningen, 1991.

- de markt is in evenwicht, dat wil zeggen de vraag is gelijk aan het aanbod en
- de producenten hebben adaptieve prijsverwachtingen, dat wil zeggen hun prijsverwachting wordt met een gewichtsfactor  $w$  aangepast in de richting van de meest recente prijs. Voor  $w = 0$  houden de producenten vast aan hun prijsverwachting, voor  $w = 1$  is de prijsverwachting van de producenten gelijk aan de meest recente prijs en voor bij voorbeeld  $w = 0,5$  nemen de producenten precies het gemiddelde van hun voorgaande verwachte prijs en de voorgaande prijs.

Bij lineaire vraag- en aanbodskrommen zijn er in feite slechts twee mogelijkheden voor het prijsgedrag op de markt: een stabiele evenwichtsprijs of een instabiele evenwichtsprijs met onbegrensde prijsoscillaties, gescheiden door een kritische grenswaarde  $w$ . Wanneer de vraagkromme en/of de aanbodkromme echter niet-linear zijn (maar wel dalend respectievelijk stijgend) dan blijkt er veel meer variatie in het prijsgedrag mogelijk. In figuur 3 is een voorbeeld gegeven hoe het prijsgedrag in dat geval van de gewichtsfactor  $w$  van de prijsverwachtingen afhangt. Voor  $w \leq 0,2$  convergeren de prijzen naar een stabiele evenwichtsprijs. Als  $w$  toeneemt wordt het prijsgedrag gecompliceerder, via een periode 2 naar een periode 4, een periode 8, en daarna grillig, chaotisch gedrag (de zwarte gebieden in figuur 3a). Als  $w$  nog verder toeneemt wordt het prijsgedrag weer regelmatig, en voor  $w > 0,8$  is er weer convergentie naar een stabiele oplossing waarbij de prijs steeds van een hoge naar een lage waarde en dan weer terug springt. Voor tussenliggende waarden van  $w$  ( $0,3 < w < 0,7$ ) is het prijsgedrag grillig. Je zou kunnen zeggen dat de twijfel van de producenten tussen de eigen verwachte prijs en de actuele prijs leidt tot onvoorspelbare prijzen.

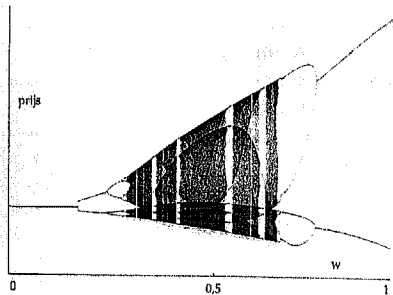
verkrijgen van de perfect voorspellende rationele verwachtingen moet een (klein) vast bedrag aan informatiekosten betaald worden, terwijl de adaptieve verwachtingen gratis verkrijgbaar zijn. De fracties van de twee groepen agenten wordt bepaald door de verwachte winst of, equivalent hiermee, door de voorspelfouten van de twee verschillende verwachtingen: als de voorspelfout van de adaptieve verwachtingen groter wordt dan de informatiekosten van de rationele verwachtingen zal een groter aantal producenten overstappen op rationele verwachtingen.

Ga nu eens uit van een beginsituatie waarbij alle producenten adaptieve prijsverwachtingen hebben, en neem aan dat de evenwichtsprijs instabiel is. Zolang de voorspelfouten van de adaptieve verwachtingen kleiner zijn dan de informatiekosten van de rationele verwachtingen houden de meeste producenten vast aan hun adaptieve prijsverwachtingen. Doordat het evenwicht echter instabiel is ontstaan er prijsfluctuaties en groeit de voorspelfout van de adaptieve verwachtingen. Op zeker moment wordt deze voorspelfout groter dan de informatiekosten van de rationele verwachtingen, waardoor producenten overgaan op rationele verwachtingen. Bij een grote keuzegevoeligheid (die bij voorbeeld optreedt als elke producent zijn computer geprogrammeerd heeft om dat onmiddellijk te doen zodra de voorspelfout groter is dan de informatiekosten) zullen bijna alle agenten rationele verwachtingen gaan hanteren. Daardoor zal de prijs echter weer dicht tot de evenwichtsprijs naderen. De prijsfluctuaties nemen dus af, en de voorspelfout bij de adaptieve verwachtingen wordt weer klein, zodat veel producenten weer overgaan naar adaptieve prijsverwachtingen. Daarmee zijn we ongeveer terug in de uitgangssituatie. Het proces herhaalt zich dan van voren af aan.

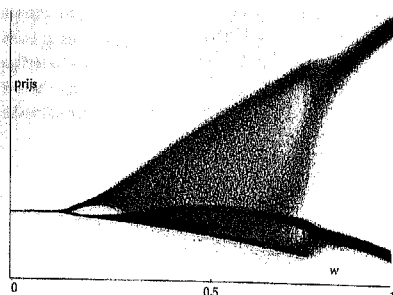
Het afwisselen tussen de 'stabiele' fase waarin de prijs dicht bij zijn evenwichtswaarde zit en de 'instabiele' fase van prijsfluctuaties gebeurt echter zeer onregelmatig, zoals blijkt uit figuur 4. Het spinnweb-model met heterogene verwachtingen heeft een vreemde aantrekker (zie figuur 5). In feite treedt in dit voorbeeld het door Poincaré ontdekte homokliene gedrag op, zoals eerder beschreven. In het drie-lichamenprobleem van Poincaré werd de toekomstige prijsontwikkeling blijkt een bron van instabiliteit in de markt te zijn.

**Figuur 3.** Bifurcatie-diagrammen die aangeven hoe het (lange-termijn) prijsgedrag van de verwachtingsfactor  $w$  afhangt

**Figuur 3a.** De periode-verdubbelingsroute naar chaos



**Figuur 3b.** Prijsgedrag in aanwezigheid van exogene schokken



Figuur 3b illustreert de invloed van kleine exogene schokken op de prijzen. Bij een kleine hoeveelheid ruis blijft de conclusie ruwweg hetzelfde: regelmatig prijsgedrag voor waarden van  $w$  dicht bij 0 of dicht bij 1, maar gecompliceerd prijsgedrag voor waarden rond  $w = 0,5$ .

#### Rationele versus adaptieve verwachtingen

We bekijken nog een eenvoudige uitbreiding van het bovenstaande model, met lineaire vraag en aanbodskrommen maar twee groepen producenten met twee verschillende typen prijs-verwachtingen: één groep producenten met rationele, en een andere groep met adaptieve prijsverwachtingen<sup>5</sup>. Voor het

5. Dit is één van de modellen in W.A. Brock en C.H. Hommes, *Rational routes to randomness*, working paper Department of Economics, University of Wisconsin, 1995.

## Is de conjunctuur chaotisch?

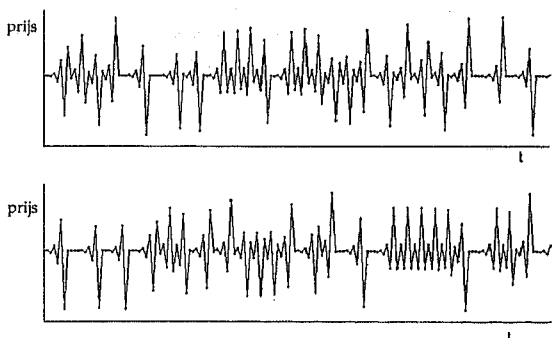
Eenvoudige niet-lineaire economische modellen kunnen dus chaos genereren. Geven deze modellen ook een goede beschrijving van echte tijdreeksen van de economische conjunctuur? Of, zoals de titel van een bekend artikel van Brock en Sayers luidt<sup>6</sup>: Is the business cycle characterized by deterministic chaos?

Traditioneel zijn er in de economische wetenschap twee fundamenteel verschillende verklaringen voor conjunctuurgolven. Volgens de eerste verklaring worden conjunctuurgolven veroorzaakt door toevallige, externe schokken. Afgezien van deze schokken zou de economie naar een stabiel evenwichtspad tenderen. Deze theorie uit de jaren dertig (Frisch, Slutsky), is in de jaren zeventig verder ontwikkeld door de nieuw-klassieken. Een belangrijk kritiekpunt op deze theorie is dat ze geen economische verklaring van de fluctuaties geeft; die zijn immers exogeen.

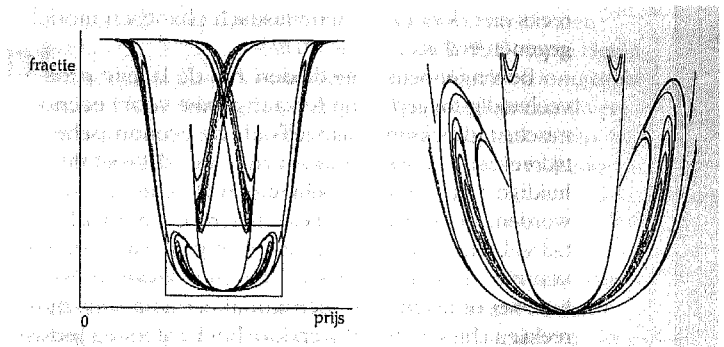
Volgens de andere verklaring moeten conjunctuurgolven niet door toevalligheden, maar door vastliggende, niet-lineaire economische wetmatigheden verklaard worden. Ook zonder exogene schokken kunnen economische variabelen fluctuerend gedrag vertonen. In de jaren veertig en vijftig introduceerden onder andere Kaldor, Hicks en Goodwin eenvoudige niet-lineaire conjunctuurmodellen. In deze filosofie staat niet een stabiel evenwicht, maar een stabiele periodieke oplossing centraal. Een belangrijk kritiekpunt op deze (post-)Keynesiaanse conjunctuurtheorie is dat de periodieke oplossingen worden gekenmerkt door het feit dat de verwachtingen omtrent toekomstige variabelen die de agenten hebben, systematisch verschillen van de realisaties. De agenten maken systematische voorspelfouten en gedragen zich dus niet rationeel. Mede door de Nieuw-klassieke theorie en de hypothese van rationele verwachtingen, waarbij gepostuleerd wordt dat er geen systematische afwijkingen tussen verwachtingen en realisaties optreden, zijn de Keynesiaanse modellen 'uit de mode' geraakt.

De ontdekking van het verschijnsel deterministische chaos heeft geleid tot een hernieuwde belangstelling voor een endogene verklaring. Een veel geciteerd artikel van Grandmont waarin chaos in een eenvoudig niet-lineair model, dat nauw aansluit bij de nieuw-klassieke theorie (rationele verwachtingen, nutsmaximalisatie en marktevenwicht), aangetoond wordt, begint als volgt: "The belief that the long run

**Figuur 4. Chaotische prijsfluctuaties**



**Figuur 5. Een vreemde aantrekker in het spinnwebmodel met rationele en adaptieve verwachtingen. De figuur rechts is een uitvergroting en laat de fractale structuur van de aantrekker zien**



equilibrium of a competitive monetary economy that does not experience any exogenous shocks should be modelled as a state that is stationary or perhaps growing at a constant rate seems to be deeply rooted in the mind of some economists<sup>7</sup>. Deze formulering is nog aan de voorzichtige kant; het 'geloof' waar Grandmont over spreekt lijkt niet slechts bij 'sommige', maar bij zeer veel economen aanwezig. Grandmont laat zien dat het lange-termijngedrag in evenwichtsmodellen echter ook chaotisch kan zijn.

Bij het chaos-onderzoek bestaat ook nog een andere invalshoek, waarbij niet modellen maar tijdreeksen centraal staan. In de wiskunde en de fysica zijn de laatste tien jaar methoden ontwikkeld waarmee het in principe mogelijk is te onderzoeken of het conjunctuurverloop chaotisch is, zonder daarbij het model te kennen. Bij deze tijdreeksanalyse gaat het er om na te gaan of een gegeven tijdreeks, zeg de wekelijkse dollar-gulden wisselkoers van de laatste vijf jaar, door een deterministisch model (dus door economische wetten) dan wel door een stochastisch model (dus door externe schokken) gegenereerd is. Het idee daarbij is ruwweg dat er op basis van de tijdreeks een 'dimensie' uitgerekend wordt. De dimensie geeft het minimum aantal variabelen van een deterministisch model dat de gegeven data beschrijft. Als de dimensie laag is (zeg minder dan 6), is dat een aanwijzing voor deterministische chaos. Als de dimensie hoog is (meer dan 10) is dat een aanwijzing voor ruis in de tijdreeks en dus voor een stochastisch model.

De tot nu toe ontwikkelde methoden hebben echter een tweetal belangrijke praktische beperkingen. Ten eerste zijn er vaak zeer lange tijdreeksen, zeg van 30.000 of meer observaties, nodig om tot enigszins betrouwbare uitspraken te komen. Ten tweede zijn de methoden zeer gevoelig voor ruis. Dat betekent dat een tijdreeks die gemaakt is met een deter-

6. W.A. Brock en C.L. Sayers, Is the business cycle characterized by deterministic chaos?, *Journal of Monetary Economics*, jg. 22, 1988, blz. 71-90. Een goed overzicht van deze problematiek en veel toepassingen op andere economische data zijn te vinden in W.A. Brock, D.A. Hsieh en B. LeBaron, *Nonlinear dynamics, chaos and instability. Statistical theory and economic evidence*, MIT press, Cambridge, 1992.  
7. J.-M. Grandmont, On endogenous competitive business cycles, *Econometrica*, jg. 53, 1985, blz. 995-1045.

ministisch chaotisch model waaraan een klein beetje ruis is toegevoegd, een hoge dimensie kan geven, met als resultaat de (verkeerde) uitspraak dat de tijdreeks niet door een deterministisch chaotisch model gegenereerd is.

Bovengenoemde methoden zijn de laatste jaren veelvuldig toegepast op (en aangepast voor) economische tijdreeksen. Maar zelfs als de economische tijdreeksen chaotisch zouden zijn, kan dat met de huidige methoden waarschijnlijk niet achterhaald worden, aangezien de meeste macro-economische tijdreeksen (meestal op kwartaal of jaarbasis) relatief kort zijn en waarschijnlijk te veel ruis bevatten. Wel leert het onderzoek dat een aantal economische tijdreeksen (bij voorbeeld werkloosheidscijfers en industriële productie in de VS) sterke aanwijzingen voor niet-lineariteit bevatten. Dergelijke tijdreeksen kunnen dus niet goed door lineaire stochastische modellen beschreven worden, zoals tot nu toe vaak gebeurde. Er wordt tegenwoordig dan ook veel onderzoek gedaan om na te gaan in hoeverre niet-lineaire stochastische modellen de data beter beschrijven.

### Zijn beurskoersen chaotisch?

Ook in de literatuur over financiële markten zijn twee concurrerende stromingen met betrekking tot het verklaren van koersfluctuaties. Volgens de eerste stroming (gebaseerd op de efficiënte-markthypothese) zijn beurskoersen niet te voorspellen maar volgen ze een 'random walk'. De fluctuaties in het koersverloop treden op doordat er steeds nieuwe informatie omtrent de (economische) situatie beschikbaar komt.

Volgens de tweede stroming zijn de koersfluctuaties het gevolg van een interactie tussen het handelen en het 'leergedrag' van beursanalisten. Vaak worden daarbij twee hoofdgroepen onderscheiden: de technisch analisten en de fundamentalisten. De technisch analisten zoeken naar patronen in de koersen en proberen deze te extrapoleren. De fundamentalisten gebruiken informatie omtrent de economische situatie om de goede evenwichtskoers te bepalen en kopen (verkopen) aandelen die beneden (boven) de evenwichtskoers zitten. De Grauwe, Dewachter en Embrechts vinden chaotische dynamica in eenvoudige niet-lineaire wisselkoersmodellen, waarbij juist de interactie tussen fundamentalisten en technisch analisten een bron van instabiliteit is<sup>8</sup>. Dit model is nauw verwant met het eerder beschreven spinnwebmodel met rationele en adaptieve verwachtingen. Er bestaan veel lange financiële tijdreeksen die relatief weinig ruis bevatten. De eerder beschreven methoden om deterministische en stochastische tijdreeksen te onderscheiden zijn dan ook veelvuldig toegepast op financiële data. In een bekend artikel analyseren Scheinkman en LeBaron een wekelijkse beursindex van juli 1962 tot december 1985, waarbij ze een geschatte dimensie van 5,7 vinden<sup>9</sup>. Ze trekken de voorzichtige conclusie: "...the data are not incompatible with a theory where some of the variation would come from nonlinearities as opposed to randomness and are not compatible with a theory that predicts that the returns are generated by i.i.d. random variables". Het random-walk model lijkt dus strijdig met

deze data, terwijl een niet-lineair deterministisch model van zeg 10 variabelen met een vreemde aantrekker niet strijdig is met de data. Een niet-lineair stochastische model kan echter ook consistent zijn met de resultaten. Als beurskoersen inderdaad een random walk volgen zijn ze volstrekt onvoorspelbaar. Als beurskoersen beschreven kunnen worden door een model met een vreemde aantrekker blijven lange-termijnvoorspellingen onmogelijk, maar is in principe een korte-termijnvoorspelling wel mogelijk. Als de vreemde aantrekker een hoge fractale dimensie heeft (zeg 10) dan kan ook een korte-termijnvoorspelling echter zeer moeilijk zijn, vooral in aanwezigheid van ruis.

### Een economisch perspectief

Is deterministische chaos nu wel of niet relevant voor de economische wetenschap? De meeste economen zijn het er wel over eens dat de economie een niet-lineair systeem is en ook dat het geen zuiver deterministisch systeem is. In deze opvatting kan de economie het beste door een niet-lineair model met ruis beschreven worden. Zo'n niet-lineair stochastisch model heeft meestal een deterministisch 'skelet' (dat verkregen wordt door de ruistermen op 0 te zetten). Het is een wiskundig feit (dat blijkt uit het chaos-onderzoek van de laatste twintig jaar) dat in niet-lineaire modellen vreemde, chaotische aantrekkers eerder regel dan uitzondering zijn. Uit methodologisch oogpunt zou je dus zeggen dat economen niet om de deterministische chaos heen kunnen.

De tot nu toe gepresenteerde economische chaosmodellen staan nog ver van de realiteit en geven een slechte 'fit' op de data. Een belangrijke reden hiervoor is dat deze modellen vaak maar een, twee of hooguit drie variabelen bevatten. De toepassingen van 'chaos' in de economie staan eigenlijk nog in de kinderschoenen staan. Er zijn betere, gecompliceerdere modellen nodig.

Is het mogelijk om met eenvoudige niet-lineaire deterministische modellen van zeg tien tot twintig variabelen de karakteristieke eigenschappen van economische tijdreeksen te beschrijven? In hoeverre zijn de geobserveerde economische fluctuaties toe te schrijven aan externe schokken danwel aan onderliggende economische wetmatigheden? In hoeverre zijn koersfluctuaties op financiële markten toe te schrijven aan nieuwe informatie danwel aan een interactie tussen het handelen en leergedrag van beurshandelaren? De waarheid ligt waarschijnlijk ergens in het midden, en juist dat maakt de problematiek zo ingewikkeld. Een definitief antwoord zal dan ook nog wel even op zich laten wachten. Het chaos-onderzoek heeft deze vragen in elk geval actueler gemaakt dan ooit tevoren.

### Cars Hommes

8. P. De Grauwe, H. Dewachter en M. Embrechts, *Exchange rate theory. Chaotic models of foreign exchange markets*, Blackwell, Oxford, 1993.

9. J.A. Scheinkman en B. LeBaron, Nonlinear dynamics and stock returns, *Journal of Business*, jg. 62, 1989, blz.311-337.