



UvA-DARE (Digital Academic Repository)

Van breukencirkels tot minipizza's

Dekker, R.

Published in:
Willem Bartjens

[Link to publication](#)

Citation for published version (APA):

Dekker, R. (2003). Van breukencirkels tot minipizza's. Willem Bartjens, 22(4), 9-11.

General rights

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Disclaimer/Complaints regulations

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <http://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, Singel 425, 1012 WP Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

Van breuken- cirkels tot minipizza's

Als je pizza's verdeelt, moet je echt even proeven

Rijkje Dekker

Drie pizza's verdelen met vier personen. Dat kan op verschillende manieren. De beste ideeën ontstaan als kinderen met elkaar kunnen overleggen en 'echte' pizza's mogen gebruiken. Dan wordt reken-wiskundeonderwijs realistisch, leuk en erg leerzaam.

Breukencirkels in de middenbouw

Als ouder neem ik af en toe een kijkje in de klas van mijn dochter.

Vervolgens beschrijf ik dan mijn ervaringen voor de schoolkrant. Het is een Montessorischool en dit keer ben ik op bezoek in de middenbouw waar kinderen van zes, zeven en acht jaar bij elkaar in de klas zitten. Ze zijn allemaal zelfstandig aan het werk, veelal in tweetallen.

Wisam en Fayette, twee derdegraders, zijn op een kleedje met de breukencirkels bezig. Breukencirkels zijn rode, metalen cirkels die naast elkaar liggen in een houten blad. De eerste cirkel is helemaal heel. Die staat voor een hele. De tweede cirkel is in twee helften verdeeld om de halven weer te geven. De derde is in drie gelijke stukken, enz. Elk stuk heeft een knopje zodat je het makkelijk kunt pakken en op papier kunt overtrekken. Het is heel mooi materiaal waarmee de breuken gematerialiseerd worden. Vanuit het realistisch rekenonderwijs

wordt die materialisering bekritiseerd. Je zou breuken moeten leren aan de hand van levensechte verdeelsituaties zoals het verdelen van pizza's of pannenkoeken. En dan niet alleen één pizza in tweeën, maar ook twee pizza's verdelen onder drie kinderen en dan alle mogelijke verdeelsituaties

**Eerlijk verdelen
doe je met
schaar en karton,
niet met pen en
papier**

tekenen. Je kunt bijvoorbeeld iedere pizza in drieën delen en elk kind twee stukken geven. Je kunt ook van elke pizza eenderde deel afhalen en dat aan het derde kind geven. Maar als je vervolgens in de realistische methoden kijkt, komt er geen echte pizza of pannenkoek aan te pas. De werkelijkheid is gereduceerd tot plaatjes en praatjes in boekjes en het echte verdelen tot werken met potlood en papier. Dan vind ik de breukencirkels van de Montessorischool heel wat echter, die kun je tenminste pakken.

Leren van elkaar

Wisam pakt de hele breukencirkel en trekt hem over in een schriftje. Dan pakt ze een halve cirkel en gebruikt die om de hele cirkel te halveren. In één van de helften schrijft ze groot $\frac{1}{2}$. Fayette helpt haar op weg, maar al gauw weet Wisam zelf wat de bedoe-

ling is. Heel handig verdeelt ze de volgende breukencirkel in drieën door hetzelfde stukje dat eenderde aangeeft tegen het eerste stukje aan te leggen. Ze weet dus dat dat goed uitkomt en dat ze dus niet telkens een ander stukje erbij hoeft te nemen. Als ze toe is aan een cirkel in vijven, kan ze de betreffende cirkel niet vinden.

'Waar is de vijf?' vraagt ze. Ze telt nog eens de cirkel van zes, maar constateert opnieuw dat die een stukje te veel heeft. Fayette wijst de cirkel in vijven aan en zegt dat je die van zes eigenlijk niet hoeft te tellen, omdat je kunt zien dat dát er zes zijn. Ze halveert hem met haar hand en telt in groepjes van drie: 'Drie plus drie is zes. Dat doe ik altijd.'

Het is leuk om te zien hoe kinderen elkaar op weg helpen en tips geven over hoe je iets kunt aanpakken of uitrekenen. Misschien dat het kind dat ongevraagd zo'n tip krijgt, daar niet altijd mee geholpen is, maar voor de tipgever kan het ook nuttig zijn. Die verwoordt zo een eigen maniertje en wordt zich daardoor beter bewust van de eigen aanpak.

In gedachten mijmer ik nog door over de breukencirkels en het realistisch rekenonderwijs.

Minipizza's in de bovenbouw

'Dit is véél leuker dan werken', zegt Clara enthousiast, terwijl ze met de schaar uit een gele, kartonnen namaakpizza heel precies een kwart knipt en aan mij geeft. We zijn met z'n vieren bezig drie minipizza's eerlijk te verdelen. Clara, Koen en Daniël hebben elk een hele pizza genomen en geven mij nu een kwart. Dan hebben we ieder driekwart pizza. 'Maar dit is toch ook werken?' protesteer ik.

'Ja, maar bij werken in de klas moet je stil zijn en nu mag je praten en knippen', legt Clara uit.

Op woensdagochtend ben ik als rekenouder met telkens drie andere zesdegraders uit de bovenbouwklassen bezig de breuken op een speelse manier inzichtelijk te maken. Op tafel ligt de plank met de breukencirkels.

Die gebruiken we om breuken goed af te kunnen meten. Verder hebben we scharen, potloden, gummen, papier en vier stapeltjes kartonnen cirkelschijven in geel, blauw, rood en groen die verknipt kunnen worden en even groot zijn als de breukencirkels. Het gaat allemaal om de breuk 'driekwart'. Die kennen ze al, maar ik wil hem extra betekenis geven door situaties te spelen waarbij telkens 3 pizza's op een andere, maar steeds eerlijke manier over 4 personen verdeeld worden.

Clara

Clara mag beginnen. Voor 5 euro (zogenaamd) koopt ze 3 rode salami-pizza's voor ons. De oven is nogal vol, dus de pizza's komen één voor één met telkens een tussenpoos. Hoe kunnen we dat het beste verdelen? We hebben honger, dus de eerste pizza verdelen we meteen in vieren. Zo doen we dat ook met de tweede en de derde. Wat hebben we nu allemaal totaal gekregen? Als ze de geknipte stukjes tegen elkaar aan leggen zien ze het: driekwart pizza. En op mijn vraag welk breukensommetje bij deze verdeling hoort, produceren ze na enige discussie:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Daniël

Dan mag Daniël ons voor 5 euro op pizza's trakteren, want ze zijn zo klein dat we er nog heel wat op kunnen. Daniël kiest de blauwe pizza's. 'Waterpizza's', grapt hij, maar hij besluit er toch ansjovispizza's van te maken. Die zijn wat smakelijker. De eerste twee pizza's komen tegelijk, de derde laat nog op zich wachten. Hoe kunnen we die eerste twee vast handig verdelen, zonder veel snijden? Ieder een halve. Dan komt de derde en die verdelen we in vieren. Welk sommetje hoort er bij deze verdeling? Kijkend naar de stukjes, beslissen ze:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Koen

Nu is Koen aan de beurt. Kaaspizza's

neemt hij en de pizza's komen nu allemaal tegelijk. Clara, Daniël en Koen nemen elk een hele, maar ik wil ook een stuk. En zo 'snijden' ze elk een kwart uit hun pizza om aan mij te geven. Over het breukensommetje dat bij hun handeling hoort, moeten ze flink nadenken:

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

De leeropbrengst

Drie verschillende manieren om 3 pizza's eerlijk over 4 personen te verdelen. Drie manieren die uitgedrukt kunnen worden in drie verschillende breukensommetjes, waar aldoor $\frac{3}{4}$ uit-

Als een kind een ander kind een tip geeft, zijn er twee kinderen die leren

komt. Het is frappant om te zien hoe de kinderen al doende en in discussie met elkaar, aangestuurd door de gespeelde situaties, zelf de verschillende verdelingen voorstellen en in sommetjes weten uit te drukken. Ze zijn allemaal zeer betrokken, vinden het plezierig en zeggen dat soms ook, zoals Clara.

Tot slot vraag ik ieder een verdeling te kiezen, die in een kort verhaaltje te beschrijven, er een tekening bij te maken en het betreffende sommetje erbij te zetten. Dat doe ik om ze op een indringende manier het geleerde individueel te laten verwerken. In het groepje is dat een moeilijk moment. De kinderen kiezen de verdeling met de pizza's die ze zelf 'gekocht' hebben. Maar hoe beschrijf je die en hoe teken je die? Ik houd me erg stil en bemoei me er zo weinig mogelijk mee, want dan komen de eigen en dus de mooiste producten tot stand.

Daniël weet in praktisch één prachtige volzin de hele situatie in woorden weer te geven:

De pizza's komen uit de oven. Naar hongerige mazen van Koen Clara en Daniël die ieder vijf euro op zak hebben waarmee ze ieder drie pizza's kopen die ze eerlijk en zonder rest over vier mensen moeten verdelen.

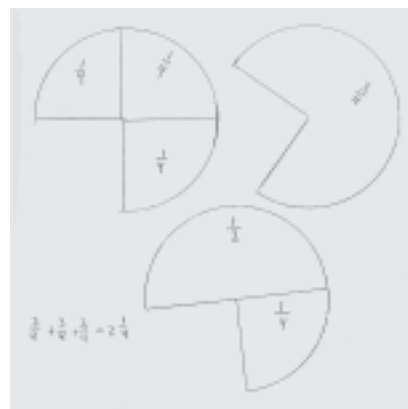
Daniël beschrijft een verdeelverhaaltje met pizza's.

Koen laat de verdeling met zijn pizza's van $1 - \frac{1}{4}$ in een mooie tekening zien:



Koen laat zien wat ieder krijgt als je drie pizza's met zijn vieren moet verdelen.

En Clara geeft maar liefst alle verdelingen in haar tekening weer en telt tot slot ook nog alles bij elkaar op. Weer een nieuw breukensommetje!



Clara bedenkt en berekent haar eigen breukensommetjes.

En verder

Enerverend, zo'n opdracht, en mooi om te zien hoe enthousiast de leerlingen overleggen en echt werk van hun werkstukken maken. Ik bundel ze voor het groepje tot een boekje om mee naar huis te nemen. Dan kunnen ze daar ook nog levensecht met de ouders oefenen. Ik geef ze het idee om thuis eens uit te zoeken hoe je twee pizza's eerlijk met drie personen kunt verdelen.

Ook de docenten reageren heel positief, maar ze zien het wel als iets waar zijzelf in de klas niet aan toekomen. Inmiddels gaan de rekenontwikkelingen in de bovenbouw door. De Montessori-materialen verdwijnen steeds meer naar de achtergrond en de realistische rekenmethode 'Alles telt' doet zijn intrede. Op een lesjesavond waarop de kinderen hun ouders de materialen laten zien, toont

mijn dochter Romee het leerlingenboek en haar werkschrift. Ik zie heel veel opdrachten in telkens wisselende contexten, maar wel vooral pen- en papierwerk. Ook zie ik heel leuke en lastige opdrachten in het plusgedeelte van het leerlingenboek. 'Die hoeven niet,' zegt Romee en ze legt uit dat ze met haar vriendin Lot altijd flink aan het werk is. Ieder voor zich met eigen boek en werkschrift. Doorvragend vertelt ze dat ze wel met elkaar overleggen als ze er zelf niet uitkomen, maar dat gebeurt heel weinig. En af en toe gaan ze met alle zevendegroepers samen een paar sommen maken bij het bord, met de juf.

Interactie is toch het hart van het realistische reken/wiskundeonderwijs en ik mijmer alweer om als rekenouder met groepjes kinderen in een gezamenlijk gesprek juist die lastige opdrachten aan te pakken. Procenten

schijnen nu een heet hangijzer te zijn. Die komen in het deel waar Romee uit werkt hier en daar voor. Maar misschien koppel ik ze toch weer aan de breukenpizza's. Drie minipizza's voor 5 euro, maar vandaag met 25 procent korting! Hoeveel hoeft je dan nog maar te betalen? Welk deel is dan eigenlijk gratis? Dan pakken we de breukencirkels en de gekleurde, kartonnen minipizza's er weer bij en wordt het rekenwerk weer leuk! Toch?

De auteur is werkzaam bij het Instituut voor de Lerarenopleiding aan de Universiteit van Amsterdam

Noten:

1. Dit artikel is een bewerking van twee artikelen die eerder verschenen in de ASVO-krant, schoolkrant van de ASVO-school.

2. Zie Treffers, A., Streefland, L., & De Moor, E. (1994). Proeve van een nationaal programma voor het rekenwiskundeonderwijs op de basisschool: Deel 3A. Breuken. Tilburg: Zwijssen.

HKRWO SYMPOSIUM 2003

Symposium IX van de Historische Kring Reken- en Wiskunde Onderwijs

OUDE MEESTERS

Reflecties op het didactische werk uit de jaren '50 en '60 van Pierre van Hiele, Wim Bos, Rudolf Troelstra en Jan Nieland

17 mei 2003, Hogeschool Domstad te Utrecht 10.15 - 16.00 uur (Koningsbergerstraat 9)

Prof. Heinrich Bauersfeld (Bielefeld, Dld.)
*Algemene inleiding: What shall we do? -
New demands for old perspectives.*

*

Harrie Broekman en Pierre van Hiele
*Vectoren in en vanuit de visie van Pierre van Hiele.
Over de methode 'Van A tot Z'*

*

Fred Goffree en Harm Jan Smid
*De klas kan verder. Het leerboek als hulpmiddel
tot zelfwerkzaamheid.*

*De meetkundeboeken van Wim Bos
(met video-interview van Wim Bos).*

*

Wim Groen
*Van Euclides naar Felix Klein.
Over het transformatiemeetkunde-project van
Rudolf Troelstra c.s.*

*

Tineke Brinkman en Jan Nieland
Structuurrekenen, nog steeds ter zake?

Tentoonstelling over boeken en materialen uit de jaren '50 en '60. Eenieder is uitgenodigd om een poster op te hangen en/of iets te exposeren.

**Deelname door overmaking van € 22,-
op giro 4657326 tnv HKRWO te Amsterdam**
(koffie, thee en lunch inbegrepen)

Het symposium wordt mede mogelijk gemaakt door subsidies van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraars (NVvW), de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) en ondersteuning van het Freudenthal Instituut (FI).

Contactpersoon: Ed de Moor, tel: 020-6121382 of 030-2635575 (Sylvia Eerhart), e-mail: e.demoor@fi.uu.nl