



## UvA-DARE (Digital Academic Repository)

### Een wiskundige thriller

Heck, A.

**Publication date**  
2008

**Published in**  
Signaal: science & wiskunde

[Link to publication](#)

#### **Citation for published version (APA):**

Heck, A. (2008). Een wiskundige thriller. *Signaal: science & wiskunde*, (29), 6-8.  
<http://www.cma.science.uva.nl/Signaal/signaal29/een%20wiskunde%20thriller.pdf>

#### **General rights**

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

#### **Disclaimer/Complaints regulations**

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <https://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, P.O. Box 19185, 1000 GD Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

# Een wiskundige thriller

*In tv-programma's als Numb3rs, CSI en Law & Order worden misdaden met speels gemak en in korte tijd opgelost: resultaten van DNA testen, toxicologisch onderzoek en zoektochten in databanken zijn in een mum van tijd beschikbaar. De meest wazige foto's en videobeelden en de slechtste geluidsopnames gemaakt op de plaats van delict kunnen zodanig opgepoetst worden dat allerlei details snel beschikbaar komen. De werkelijkheid is weerbarstiger en minder melodramatisch.*

## Metten op een foto

In voortgezet onderwijs zou je graag leerlingen met zo'n spannend onderwerp kennis willen laten maken en ze een blik in de keuken van forensisch onderzoek willen geven. Dit kan met een van de ontwikkelde NLT-modules waarin vooral de science vakken centraal staan. Maar ook de connectie met wiskunde is te maken. In dit artikel beschrijven we hoe dat kan bij het analyseren van mid-range foto's van een plaats-delict waarin de aandacht uitgaat naar onderlinge positie van objecten die in het criminele onderzoek of de juridische afhandeling een rol kunnen spelen. Foto's kunnen met de beeldmeting-tool van Coach 6 en met een dynamisch meetkunde pakket geanalyseerd worden door leerlingen (bijv. Cabri of GeoGebra).

In figuur 1 is een foto te zien van de plaats van delict van een op school in scène gezet misdrijf: een lijk op de gang. De fotograaf heeft nog een object ter plekke neergelegd: een zogenaamd perspectiefvierkant, bestaande uit vier tegels van gelijke soort en met identieke afmetingen die zodanig aan elkaar geschoven zijn dat ze samen een vierkant vormen. Het per-

spectiefvierkant is het enige object op de foto waarvan de werkelijke afmeting bekend is en zal gebruikt worden om de grootte en de onderlinge positie van de andere objecten te bepalen. Zo'n hulpmiddel is nodig omdat je het slachtoffer op de foto in perspectief ziet. Afmetingen en posities zijn vertekend. Hierdoor heb je geen eenvoudige afstandsrelatie tussen de objecten en kun je de afmetingen niet simpelweg met een liniaal opmeten.

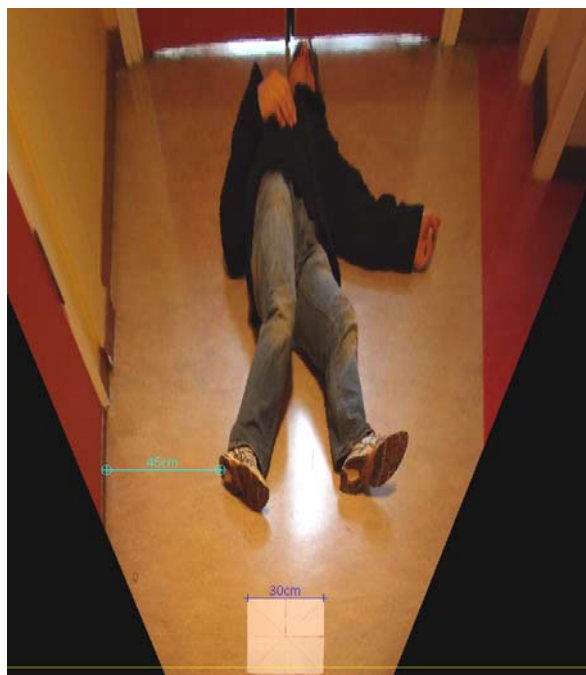


*Foto van de plaats van delict.*

## Gebruik van het perspectiefvierkant voor beeldrectificatie

Het grootste probleem met het meten van posities en afstanden op de foto van de plaats van delict is zeggezegd de perspectivische vervorming. Een alternatief voor de eerder beschreven

meetkundige aanpak van het probleem is om voorafgaand aan het opmeten van foto's en videoclips het digitale beeldmateriaal dusdanig te bewerken dat de perspectivische vertekening van objecten verdwijnt. Het is mogelijk om een projectieve transformatie toe te passen op de foto die de perspectivische vertekening van het perspectiefvierkant ongedaan maakt en een foto oplevert vanuit frontaal-parallel gezichtspunt. Het resultaat, dat verkregen is met de computerwerkomgeving Coach, is in de tweede figuur te zien.



*Perspectiefcorrectie in Coach 6.*

Dit herstel van rechte hoeken en parallelle lijnen in het grondvlak is een voorbeeld van beeldrectificatie. Hierna kunnen posities en afstand direct gemeten worden op de bewerkte foto t.o.v. een zelfgekozen assenstelsel. De gebruikersinterface is door iedere leerling en leraar te hanteren: op de oorspronkelijke foto leg je een vierhoek zodanig neer dat de hoekpunten

overeenstemmen met de hoekpunten van een object dat in werkelijkheid een rechthoek is. De software rekent de correctie uit en past de foto hiermee aan. Of anders gezegd: de software rekent de projectieve afbeelding uit die de geselecteerde vierhoek in een rechthoek transformeert en past deze afbeelding op de digitale foto toe. In dit geval wordt het perspectiefvierkant als rechthoek aangewezen. Hierna is het slechts een kwestie van vergroten of verkleinen in beide richtingen (en eventueel verschuiven van het zichtbare gedeelte van de foto) om uiteindelijk tot een bruikbare foto met het vierkant en de objecten in beeld te komen. Met een digitale liniaal is dan op de gerectificeerde foto direct te achterhalen wat de werkelijke afstand tussen rechtervoet en muur is.

### **Gebruik van het perspectiefvierkant in een meetkundige aanpak**

Beeldrectificatie is niet de enige optie. Je kunt ook in navolging van renaissance kunstenaars zoals Alberti en Piero della Francesca de perspectieftegel uitbreiden tot een tegelvloer in perspectiefbeeld. Projectieve meetkunde met zaken als verdwijnpunten, horizon, etc., komt dan aan de orde in een modern jasje. Een dynamisch meetkundepakket zoals Cabri of GeoGebra is in deze aanpak wel een handig hulpmiddel. Figuur 3 toont een GeoGebra constructie, gemaakt door 4 vwo-leerlingen van GSG Schagen. Zij hebben dit tot stand kunnen brengen door eerst het artikel "Wiskundige CSI" van André Heck uit Euclides (mei/juni 2008) te

bestuderen en met de wiskunde-  
docent te bespreken. Hierna konden  
ze zelf perspectieftgels van papier  
maken, een digitale foto van een mis-  
daadscène maken en deze importeren  
in het meetkundepakket voor verdere  
analyse. Dit ging allemaal erg voor-  
spoedig, ook al hadden leerlingen  
geen eerdere ervaring met GeoGebra.

Conclusie van leerlingen en docent  
over deze les bij een combinatievak  
van NLT en Wiskunde D: “spannend  
onderwerp, erg leuk om te doen en  
nog veel geleerd ook!”

### Materialen

Op de website van de Nationale Wis-  
kunde Dagen 2008 vindt u een artikel  
over meten op foto's, Coach activitei-  
ten en lesmateriaal voor GeoGebra.

### Referenties

[www.fi.uu.nl/nwd](http://www.fi.uu.nl/nwd)

[www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

[www.cma.science.uva.nl](http://www.cma.science.uva.nl)

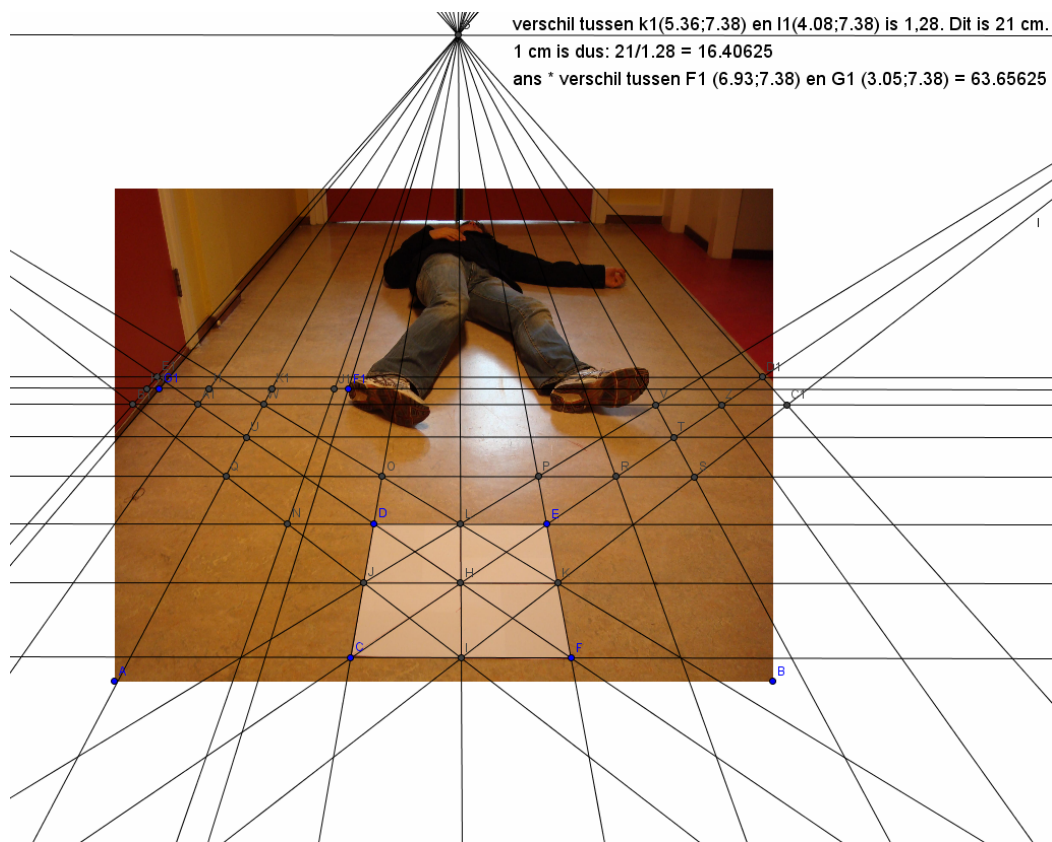
Robinson, E. M. (2007).

Crime Scene Photography. Academic  
Press/Elsevier.

Heck, A. (2008). Wiskundige CSI.  
Euclides, 83 (7), mei/juni nummer.

André Heck, AMSTEL Instituut

<[heck@science.uva.nl](mailto:heck@science.uva.nl)>



Meetkundige analyse m.b.v. GeoGebra