



**UvA-DARE (Digital Academic Repository)**

**The spectra of supersymmetric states in string theory**

Cheng, C.N.

[Link to publication](#)

*Citation for published version (APA):*

Cheng, M. C. N. (2008). The spectra of supersymmetric states in string theory Amsterdam

**General rights**

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

**Disclaimer/Complaints regulations**

If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: <http://uba.uva.nl/en/contact>, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, Singel 425, 1012 WP Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

# Samenvatting (In Dutch)

Het spectrum van een theorie is een belangrijke sleutel tot inzichten in de structuur van een theorie. Een beroemd voorbeeld daarvan is hoe het begrip van het spectrum van een waterstof atoom leidde tot het begrip van kwantummechanica. Het is echter vaak moeilijk om het spectrum van een complexe theorie zoals snaartheorie te bestuderen, wegens de perturbatieve en niet-perturbatieve effecten in de theorie. Maar de situatie is ook niet zo hopeloos als het lijkt. Er is een speciaal onderdeel van het spectrum dat vaak niet gevoelig is voor deze effecten, namelijk het spectrum van de supersymmetrische toestanden in de theorie. Dit onderdeel van het spectrum is daarom vatbaar voor systematische analyse.

Een belangrijk onderzoeksprogramma in snaartheorie is het in kaart brengen van het spectrum van supersymmetrische toestanden. Er zijn twee motivaties hiervoor: ten eerste als een tussenstap tot het begrip van het volledige spectrum, en ten tweede om de entropie van een supersymmetrisch zwart gat te verklaren. Snaartheorie is een kwantumtheorie met gravitatie. Dat betekent vooral dat zware objecten tot een zwart gat kunnen ineensorten, dat volgens Bekenstein en Hawking een bepaalde entropie bezit. Het spectrum van de supersymmetrische toestanden in snaartheorie geeft een antwoord op de vraag: wat zijn de toestanden die verantwoordelijk zijn voor de entropie van een supersymmetrisch zwart gat in de theorie? Het is inderdaad een triomf van snaartheorie als een kandidaat van een complete theorie van kwantumgravitatie geweest in het voorbij decennium, dat de theorie de eerste was die deze vraag kwantitatief kon beantwoorden.

De inhoud van dit proefschrift maakt deel uit van het onderzoeksprogramma van het bestuderen van het supersymmetrische spectrum in snaartheorie. Er is vooral nadruk gelegd op de relatie met de toestanden van een supersymmetrisch zwart gat. Het proefschrift heeft vijf onderdelen. De laatste drie onderdelen zijn gebaseerd op de resultaten van het onderzoek verricht door de promovendus in de voorbij vier jaar, terwijl de eerste twee meer algemeen van aard zijn. Bovendien is er een appendix die de wiskundige kennis nodig voor de rest van het proefschrift bevat. Het vereiste achtergrondmateriaal voor het

begrijpen van de onderzoeksresultaten is opgenomen in dit proefschrift om dit boekje toegankelijk te maken voor beginnende promovendi.

- Deel I

Deel I is een inleiding tot de basiskennis van verschillende aspecten van snaartheorie die we later nodig hebben.

We beginnen in hoofdstuk 1.1 met een world-sheet perspectief en concentreren ons op de perturbatieve aspecten van de theorie van snaren, inclusief de kwantisatie van de world-sheet theorie en het massaloze spectrum. Ook de T-dualiteit tussen IIA en IIB snaar theorie wordt vanuit een world-sheet perspectief besproken.

In hoofdstuk 1.2 bestuderen we de lage energie effectieve theorie van de snaartheorie die besproken is in hoofdstuk 1. Daarvoor is het world-sheet perspectief niet meer geschikt en we schakelen over naar het ruimte-tijd perspectief, waarin de ruimte-tijd  $(9+1)$ -dimensionaal is. We bestuderen in dit hoofdstuk de tien-dimensionale supergravitatie theorie als de lage energie effectieve theorie van snaartheorie en vooral de relatie tussen verschillende grootheden in snaartheorie en anderzijds zijn lage energie effectieve theorie.

Één van de belangrijkste instrumenten om het spectrum van snaartheorie te bestuderen zijn de dualiteiten tussen verschillende snaartheoriën, de complementaire beschrijvingen van dezelfde theorie in verschillende regimes van koppelingsconstanten. Deze dualiteiten zijn niet-perturbatief van aard. Bovendien zijn verschillende branen die niet direct zichtbaar zijn in het perturbatieve spectrum van de snaren belangrijke bouwstenen van zwarte gaten met ladingen. Deze niet-perturbatieve aspecten van de theorie zijn daarvoor van wezenlijk belang voor het bestuderen van toestanden van zwarte gaten in de theorie. In 1.3 worden deze besproken.

- Deel II

Deel II is een inleiding tot de basiskennis van verschillende aspecten van compactificaties van snaartheorie tot vier dimensies.

We zijn geïnteresseerd in compactificaties tot vier dimensies omdat  $(3+1)$  de dimensie is die we “zien” in ons dagelijks leven. Vooral zijn we geïnteresseerd in 4d compactificaties met resterende supersymmetrie. De reden daarvoor, zoals was gezegd in de eerste alinea in deze samenvatting, is dat in dit geval we over meer analytische informatie over het spectrum beschikken.

Het tweede hoofdstuk is gewijd aan de zogeheten Calabi-Yau compactificaties waar er acht ( $1/4$ ) resterende supersymmetrieën zijn en het derde aan de K3 compactificaties met zestien ( $1/2$ ) resterende supersymmetrieën. De namen “Calabi-Yau” en “K3” verwijzen naar het soort interne variëteiten waarop we onze snaartheorie compactificeren. Zoals in deel I waarin de snaartheorie wordt geïntroduceerd, beginnen we in beide hoofdstukken met een world-sheet perspectief. Later schakelen we over naar een ruimte-tijd perspectief waarmee de moduliruimte en de lage energie effectieve theoriën besproken worden.

- Deel III

Dit deel van het proefschrift bevat twee hoofdstukken.

In hoofdstuk 4 bespreken we twee belangrijke eigenschappen, namelijk het attractormechanisme en het bestaan van de muur van marginale stabiliteit, van de  $\mathcal{N} = 2, d = 4$  supergravitatie theorie die geïntroduceerd werd als de lage energie effectieve theorie van Calabi-Yau compactificatie in hoofdstuk 2.2.2. In hoofdstuk 4.4 presenteren we de expliciete oplossingen in deze supergravitatie theorie in het kader van type IIA compactificatie.

In hoofdstuk vijf worden de eigenschappen bestudeerd van de “lift” van deze oplossingen tot vijf dimensies, op de manier geschetst in hoofdstuk 2.2.2. Speciale aandacht wordt besteed aan het geval waarin de M-theorie limiet is genomen. Tenslotte concentreren we ons op de oplossingen die regulier en horizonloos zijn, en discussieren we in het kort de implicatie van ons resultaat voor de aard van toestanden van zwarte gaten in een theorie van kwantumgravitatie.

- Deel IV

Dit deel van het proefschrift is gebaseerd op de resultaten gepubliceerd in het artikel [108]. Andere publicaties in dezelfde periode over gerelateerd onderwerpen zijn [109, 110, 30]. Een belangrijk vervolg waarin de resultaten in [108] worden verbeterd is [111].

De doestelling van dit deel van het proefschrift is een betere kennis van de microtoestanden van D4-D2-D0 zwarte gaten in IIA snaartheorie te verwerven. Deze microtoestanden zijn geteld door een (veralgemeend) elliptisch genus.

Met hulp van de zogeheten “spectral flow” symmetrie die toestanden met verschillende behoudende ladingen relateert en door het gebruik van een veralgemeende Rademacher formule, heeft het elliptisch genus

een interpretatie als een sommatie over de bijdrage van semi-klassieke zadelpunten voor de partitiefunctie. Dit veralgemeent de "Black Hole Farey Tail" voor  $\mathcal{N} = 4$ ,  $d = 4$  zwarte gaten van [112] tot  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 4$  zwarte gaten.

- Deel V

In het laatste deel van dit proefschrift concentreren we ons op één theorie, de heterotische snaartheorie gecompactificeerd op  $T^6$ , of zijn equivalente beschrijving als type II snaartheorie gecompactificeerd op  $T^2 \times K3$ .

Er zijn er twee hoofdstukken in dit deel. In hoofdstuk 7 wordt de microscopische telling van de BPS toestanden besproken, in het bijzonder de afleiding van een microscopische tellingsformule. Deze formule blijkt verschillende schijnbaar ongerelateerde wiskundige eigenschappen te bezitten. In paragraaf 7.2 bespreken we die eigenschappen met het bestaan van een Borcherds-Kac-Moody algebra als een knooppunt. Nadat we de nodige wiskundige achtergrondkennis geïntroduceerd hebben, presenteren we in hoofdstuk 8 ons onderzoek naar het BPS spectrum van de theorie [128, 129]. Ten eerste behandelen we de moduli-afhankelijkheid van het spectrum door de multi-centered oplossingen van de lage-energie effectieve supergravitatie te bestuderen. Ten tweede bestuderen we de contour-afhankelijkheid van de integraal waarmee we het aantal BPS toestanden uit de genererende functie trachten te verkrijgen. Wegens deze afhankelijkheid is de tellingsformule niet compleet. In paragraaf 8.4 argumenteren we dat de contour-afhankelijkheid en de moduli-afhankelijkheid eigenlijk gerelateerd zijn met elkaar, en door een geschikte keuze van contour is de tellingsformule bruikbaar voor alle punten in de moduli-ruimte.

De tweede thema van dit hoofdstuk is de rol van de Borcherds-Kac-Moody algebra. Ten eerste argumenteren we dat de tellingsformule eigenlijk beschouwd kan worden als een karakterformule van de Verma module van de algebra met geschikte keuze van simpele wortels en hoogste gewichten. Ten tweede geven we de Weyl-groep van de algebra een interpretatie als de discrete groep van attractoren, ofwel de groep van het muur-oversteken. Tenslotte geven we een paar opmerkingen over de getaltheoretische aspecten van deze discrete attractor groep.