UNIVERSITY OF AMSTERDAM

UvA-DARE (Digital Academic Repository)

Hoe rekent de Nederlander: een typologie

Groot Nationaal Onderzoek naar Rekenen

van der Maas, H.L.J.; Straatemeier, M.

Publication date
2013
Document Version
Final published version
Published in
Rekenen-wiskunde op niveau

Link to publication

Citation for published version (APA):
van der Maas, H. L. J., & Straatemeier, M. (2013). Hoe rekent de Nederlander: een typologie: Groot Nationaal Onderzoek naar Rekenen. In M. van Zanten (Ed.), *Rekenen-wiskunde op niveau: verslag 31e Panama-conferentie in 2013* (pp. 47-56). Panama Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht.
http://www.fisme.science.uu.nl/publicaties/literatuur/panama_cursusboek/pcb_31_47-56_Maas_van_der.pdf

General rights
It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other than for strictly personal, individual use, unless the work is under an open content license (like Creative Commons).

Disclaimer/Complaints regulations
If you believe that digital publication of certain material infringes any of your rights or (privacy) interests, please let the Library know, stating your reasons. In case of a legitimate complaint, the Library will make the material inaccessible and/or remove it from the website. Please Ask the Library: https://uba.uva.nl/en/contact, or a letter to: Library of the University of Amsterdam, Secretariat, P.O. Box 19185, 1000 GD Amsterdam, The Netherlands. You will be contacted as soon as possible.

UvA-DARE is a service provided by the library of the University of Amsterdam (https://dare.uva.nl)

Download date:15 Nov 2026

Hoe rekent de Nederlander: een typologie

- Groot Nationaal Onderzoek naar Rekenen -

H.L.J. van der Maas & M. Straatemeier
Universiteit van Amsterdam

1 inleiding

Als het gaat om het rekenonderwijs in Nederland of de rekenvaardigheden van de Nederlanders hebben we aan één ding geen gebrek en dat zijn meningen. Vreemd genoeg staat die overdaad aan meningen in schril contrast met het gebrek aan harde gegevens (KNAW, 2009). We weten eigenlijk weinig over de rekenvaardigheden van de gemiddelde Nederlander, en of deze in de afgelopen decennia zijn verbeterd of verslechterd. Rekenen volwassenen, die vaak ander rekenonderwijs hebben gevolgd, nu beter of slechter dan kinderen uit groep 8, die volgens de laatste methodes werken? Eén verklaring voor het ontbreken van harde data over dit soort vragen, is dat deze uitermate moeilijk te verkrijgen zijn. Het is bijvoorbeeld uiterst moeilijk om een representatieve steekproef te trekken. De beste data over de staat van het Nederlandse rekenen komt uit peperdure internationale vergelijkingsonderzoeken als TIMMS en PISA. Overigens bieden deze internationale onderzoeken al interessante antwoorden op een deel van de bovenstaande vragen (Mullis e.a., 2008). In het Groot Nationaal Onderzoek naar Rekenen (GNOR) hebben we deze vragen op een andere manier benaderd.

Het GNOR past in een reeks van grote nationale onderzoeken, georganiseerd door 'Wetenschap24' en wetenschapsprogramma 'Labyrinth' (NTR, VPRO, NWO). Andere onderzoeken betreffen bijvoorbeeld onderzoek naar slaap en het herkennen van emoties. Het GNOR is opgezet door Han van der Maas, Jan Karel Lenstra en Kees van Putten. Zij hebben onderzoekers van vier universiteiten en een aantal instellingen bij elkaar gebracht voor een gezamenlijk webonderzoek. Het idee was dat proefpersonen een basisvragenlijst invulden en dan gedurende zes maanden met steeds weer dezelfde inloggegevens aan allerlei webonderzoekjes konden meedoen. Deze varieerden van onderzoek naar rekenangst tot de keuze voor rekenen op papier of uit het hoofd.

Naast de algemene vragenlijst, waarin algemene gegevens (zoals opleiding en leeftijd, maar ook interesse voor rekenen) werden gevraagd, kende de website nog een algemene vaardigheidstest, bestaande uit een viertal rekenspelletjes uit de 'Rekentuin', een adaptief oefen-volgsysteem voor rekenen ontwikkeld door Oefenweb.nl, een spin-off van de Universiteit van Amsterdam. In dit hoofdstuk bespreken we de resultaten van de algemene vragenlijst en deze rekenspelletjes. Omdat proefpersonen voor alle webonderzoeken dezelfde inloggegevens gebruiken kunnen de data van de onderzoeken eenvoudig gekoppeld worden. Dat heeft een grote meerwaarde die ook blijkt uit de bijdrage van Van den Heuvel-Panhuizen, Borkulo & Robitsch (2013 en Jansen (2013)), waarin deze resultaten mede worden gebruikt.
Er zijn uiteraard ook nadelen. Het eerste nadeel is dat dit onderzoek bedacht, opgezet en uitgevoerd is binnen het jaar dat het GNOR liep. Dit heeft er bijvoorbeeld toe geleid dat sommige laat begonnen onderzoeken met relatief kleine steekproeven hebben moeten werken. Een belangijker probleem betreft de representativiteit van onze steekproef. De duizenden deelnemers vormen zeer waarschijnlijk geen doorsnede van de Nederlandse bevolking. Dat is niet voor alle vraagstellingen even erg, maar voor de centrale vraagstelling, hoe rekent de Nederlander, is dit wel een ernstig probleem. De typologische analyse die wij later in het artikel bespreken, komt aan dit bezwaar enigszins tegemoet.
We bespreken hieronder eerst de procedure en de eigenschappen van onze steekproef. Dan presenteren we resultaten over de typologie.

2 methode

steekproef

Proefpersonen werden in de periode april tot en met september 2012 geworven via aankondigingen op de website Wetenschap24, in media als de VPRO-gids en op radio- en tv-uitzendingen van Labyrint. De algemene vragenlijst is ingevuld door 5410 personen. In figuur 1 staat de steekproef beschreven. De rekentuinspelletjes zijn door 4425 personen gemaakt. Gemiddeld maakten zij 98 opgaven per persoon.

	basis-school	VMBO/ MAVO	HAVO	VWO/ gym.	MBO	HBO	universitair	gepro-moveerd
man	26	117	89	114	250	666	680	106
vrouw	16	104	102	89	246	828	595	69

figuur 1: de steekproef per sekse en opleidingsniveau

materialen

De algemene vragenlijst werd afgenomen in *Google forms* en bestond uit veertig vragen. Vijf van deze vragen staan centraal in dit artikel.

> Kies hieronder steeds welke van de twee beschrijvingen het beste bij je past.
> 1 Ik reken heel snel / Ik reken langzaam maar precies.
> 2 Ik wil altijd het precieze antwoord weten / Een ongeveer-antwoord vind ik meestal goed genoeg.
> 3 Geef mij maar pen en papier / Geef mij maar een rekenmachine.
> 4 Ik doe het wel uit mijn hoofd / Geef mij maar pen en papier.
> 5 Ik houd wel van een rekenpuzzel / Ik houd niet van een rekenpuzzel.

Rekenvaardigheden werden gemeten met vier rekenspelletjes uit de Rekentuin ('optellen', 'hoofdrekenen algemeen', 'reeksen' en 'cijfers'). Deze spelletjes zijn adaptief, wat inhoudt dat het niveau van de opgaven wordt aangepast op basis van de prestatie op eerdere sommen. Hiertoe bestaan de spelletjes uit honderden opgaven, variërend van zeer eenvoudig tot zeer moeilijk. Voor deze doelgroep zijn de spelletjes van een meer volwassen layout voorzien.

In het spel 'optellen' worden sommen als 3 + 4, 234 + 48 en 234,78 + 32,98 aangeboden waarna proefpersonen twintig seconden krijgen om het goede antwoord uit zes opties te selecteren. 'Hoofdrekenen algemeen' lijkt hier sterk op maar nu komen alle operaties (+,–,×,/) voor. Bovendien is de bedenktijd maar acht seconden. In het spel 'Reeksen' worden reeksen als 1, 2, 3, 4, ?, of 2, 4, 8, 16, ? aangeboden. Antwoorden gebeurt ofwel *multiple choice* ofwel via een open format, afhankelijk van de moeilijkheidsgraad van het item. Ook hier geldt een tijdgrens van twintig seconden. Het spel 'cijfers' is een variant van het bekende 24-spel, waarbij met een bepaald aantal getallen een doelgetal gemaakt moet worden, waarbij alle getallen precies één keer gebruikt moeten worden. Maak bijvoorbeeld met 2, 5, 7, 10 het getal 60 ($10 \times 7 - 2 \times 5$). Een bekend zeer moeilijk probleem is om met de getallen 1, 3, 4 en 6 het getal 24 te maken.

Deze vier spelletjes werden aangeboden volgens de methode van 'Rekentuin'; adaptief maar ook met een beloning voor snelle correcte antwoorden en een straf voor snelle foute antwoorden (Klinkenberg, Straatemeier & Van der Maas, 2011). In de 'Rekentuin' worden deze spelletjes veelvuldig gespeeld, momenteel door kinderen van ruim achthonderd scholen. In de 'Rekentuin' staan momenteel dertien spelletjes. Per dag worden ongeveer een half miljoen sommen gemaakt.

analyse

Zoals gezegd is de representativiteit van de steekproef van dit GNOR een lastig probleem (zie figuur 1). Het is uitermate moeilijk om de steekproef te corrigeren via weging. We volgen hier een andere weg, via een typologische analyse.

De moderne statistiek biedt tegenwoordig allerlei mogelijkheden om individuele verschillen tussen mensen dimensioneel dan wel typologisch te modelleren. Intelligentie vatten we doorgaans dimensioneel op middels een IQ-score. Maar bijvoorbeeld dyslexie vatten we over het algemeen typologisch op, aangezien dyslexie een stoornis is. Dimensionele verschillen analyseren we met bijvoorbeeld factoranalyse. Voor typologische verschillen is latente klasse analyse een bekende techniek (Vermunt & Magidson, 2004).

Met exploratieve latente klasse analyse worden personen ingedeeld in klassen of typen van personen, die gekenmerkt worden door een antwoordpatroon op een reeks van vragen. Dit antwoordpatroon wordt beschreven met kansen op bepaalde antwoorden. In een latente klasse analyse worden deze kansen geschat, alsmede de kansen om tot een bepaalde klasse te behoren. Van latente klassenmodellen kan bepaald worden of de klassen goed passen op de data en verschillende modellen kunnen met elkaar worden vergeleken. Een speciale techniek die we zullen toepassen is multigroep-analyse, waarmee we kunnen bepalen of bijvoorbeeld voor mannen en vrouwen hetzelfde meetmodel gebruikt kan worden (Meredith, 1993). De rekentypen zullen verder vergeleken worden met standaard Anova-technieken.

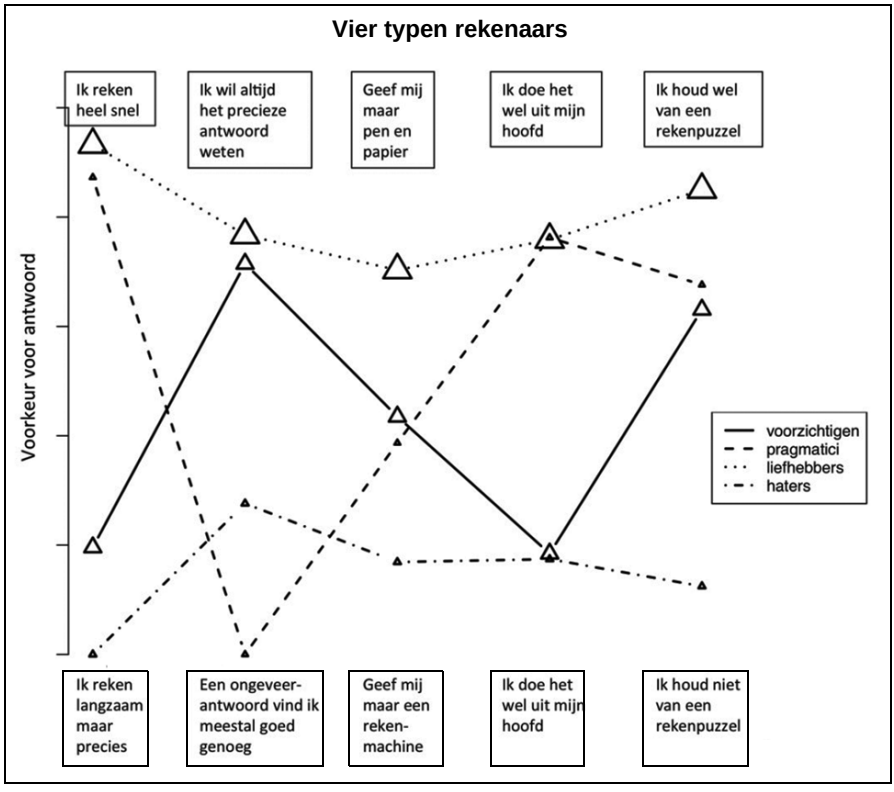
3 resultaten

latente klasse analyse: vier typen van rekenaars

Omdat we geen vooropgezette typologie toetsen, gebruiken we de exploratieve latente klasse analyse waarin we klassen toevoegen totdat we een model vinden dat de data redelijk past. In dit geval bleek dat een 4-klassenmodel te zijn.[1] Dit model staat afgebeeld in figuur 2.

De grootste klasse bestaat uit wat wij hebben genoemd de ‘liefhebbers’ (49 procent). Deze groep proefpersonen neigt op alle vragen tot een keuze voor het bovenaan in figuur 2 weergegeven antwoord. De volgende groep (29 procent) zijn ‘voorzichtigen’; zij beweren langzaam maar precies te rekenen, vertrouwen eerder het rekenmachientje, en houden wel van een rekenpuzzel, maar niet zo sterk als de ‘liefhebbers’. De derde groep (10 procent), de ‘pragmatici’, zijn het tegengestelde van de ‘voorzichtigen’. Zij

rekenen juist snel maar niet zo precies en het liefst uit het hoofd. Ze houden net als de 'voorzichtigen' en 'liefhebbers' wel van een rekenpuzzel. De laatste groep (12 procent) zijn de 'haters', die juist op alle vragen neigen naar de onderaan weergegeven keuze. Ze houden bijvoorbeeld juist niet van een rekenpuzzel.



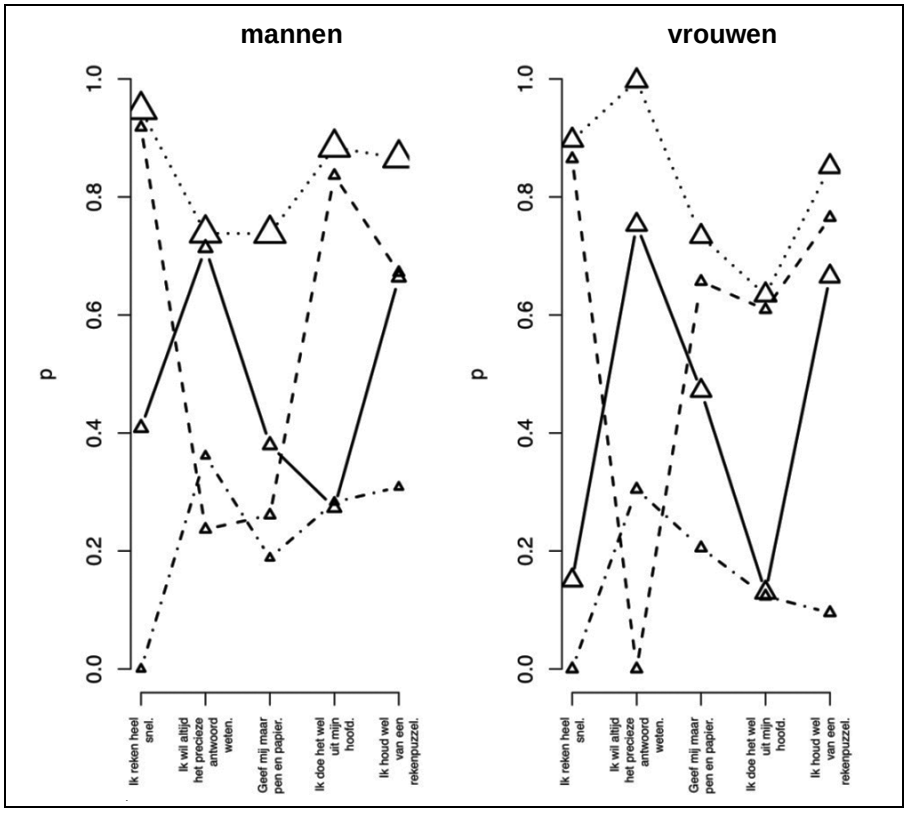
figuur 2: visuele representatie van het latente klassenmodel. De lijnen geven het type weer. De 'liefhebbers' neigen naar de antwoorden bovenaan weergegeven; de 'haters' neigen naar de antwoorden onderaan weergegeven (voor de verdere interpretatie zie de tekst)

Als we nu kijken naar de grootten van deze klassen dan zien we sterke evidentie voor de bias in onze steekproef. De meerderheid van onze proefpersonen behoort tot de 'liefhebbers', maar het lijkt onwaarschijnlijk dat zij de meerderheid van de Nederlandse bevolking uitmaken. In de Nederlandse bevolking zullen de typen in andere verhoudingen voorkomen. We hebben echter wel de hoop dat de typen zelf ook op deze manier te vinden zijn in een representatieve steekproef onder Nederlanders.

multigroep analyse: man en vrouw verschillen

Eén manier om te bepalen hoe stabiel de gevonden typologie is door te onderzoeken of deze geldt bij mannen en bij vrouwen. In een multigroep latente klasse analyse laten we toe dat de klassen in grootte kunnen verschillen tussen mannen en vrouwen, maar dat de typen zelf, het patroon van kansen op een positief antwoord, gelijk moeten zijn. Is dat zo, dan spreken we van meetinvariantie.

Het 4-klassen multigroepmodel voor mannen en vrouwen past net niet goed op de data.[2] De vier typen zijn wel herkenbaar. De oorzaak van de misfit is te vinden in figuur 3, waarin de typologie is berekend voor mannen en vrouwen apart. We herkennen daarin opnieuw de vier typen, maar met enkele verschillen. Zo zijn de vrouwelijke 'liefhebbers' duidelijk meer geïnteresseerd in het precieze antwoord op een vraag. De vrouwelijke 'pragmatici' zijn meer geneigd om pen en papier te gebruiken in plaats van het rekenmachientje en houden wat minder van een rekenpuzzel.

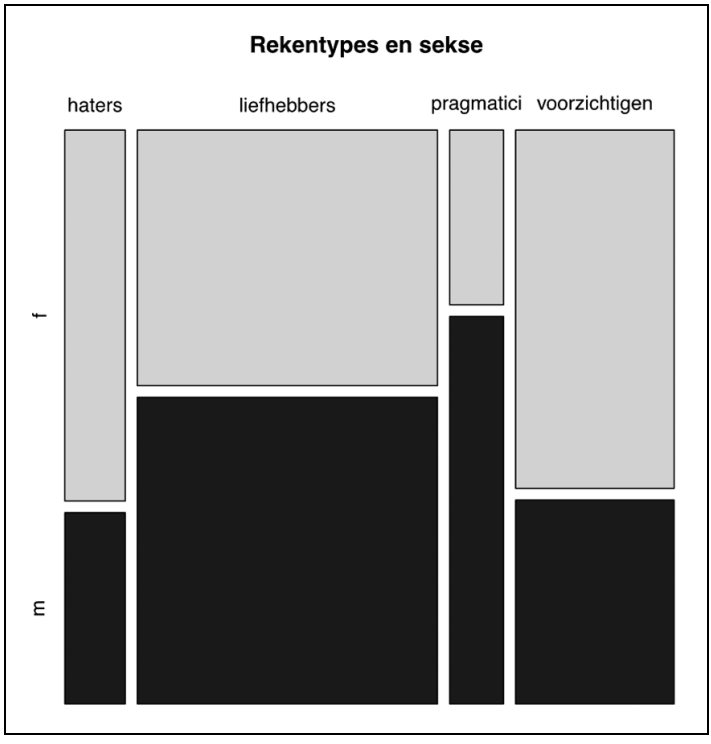


figuur 3: de latente klasse modellen per sekse
(zie voor de interpretatie figuur 2)

Modellen waarin we in het multigroepmodel voor deze items afwijkingen van meetinvariantie toestaan passen wel. Maar eigenlijk gaat dit om minimale afwijkingen. De grootste verschillen tussen mannen en vrouwen zitten niet in de kansen op positieve antwoorden maar in de grootte van de klassen.

man en vrouw verschillen in de typen

Figuur 4 laat zien dat er sterke sekseverschillen optreden als het gaat om de samenstelling van de rekentypen. Onder vrouwen vinden we meer 'haters' en 'voorzichtigen', onder mannen meer 'pragmatici' en 'liefhebbers'. Deze verschillen zijn zeer significant.[3] Eenzelfde analyse hebben we ook uitgevoerd op leeftijdsgroepen (nul tot twintig jaar, twintig tot veertig jaar, veertig tot zestig jaar, zestig jaar en ouder), maar daarin vinden we geen verschillen.[4]



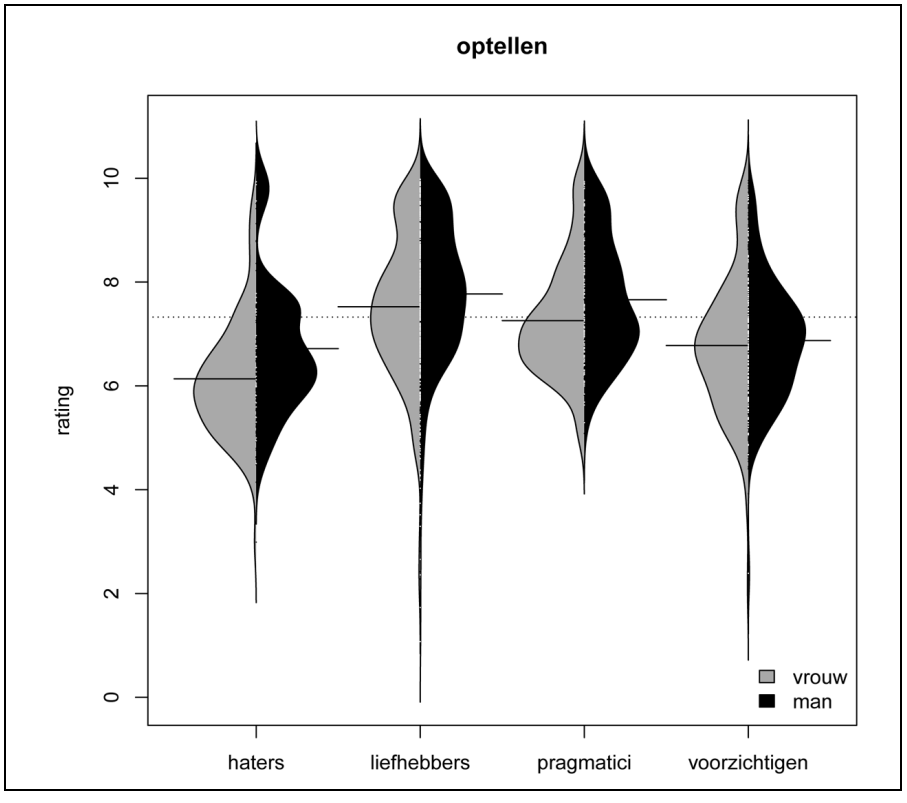
figuur 4: de typen per sekse

vaardigheidsverschillen tussen de rekentypen

De rekentypen zijn gebaseerd op een zelfrapportage-vragenlijst. Het is de vraag of bijvoorbeeld de 'liefhebbers' wel echt meer en beter rekenen dan

de 'haters'. Dit kan onderzocht worden door de scores van de rekentypen op de rekenspelletjes te vergelijken. Als het gaat om het aantal gemaakte sommen vinden we marginale verschillen. De 'haters' maken iets minder sommen dan de 'liefhebbers' (p = .01), andere verschillen zijn niet significant.

De behaalde scores zijn wel sterk verschillend op alle vier de rekenspelletjes. We hebben alleen ratings geanalyseerd als ze zijn gebaseerd op tenminste dertig gespeelde items. In figuur 5 tonen we alleen de scores per type en sekse voor optellen, maar de resultaten zijn voor alle rekendomeinen hetzelfde. Zowel het effect van sekse[5] als het effect van rekentype[6] zijn sterk significant. Alle posthocverschillen tussen de typen zijn sterk significant ($p < .001$) behalve het verschil tussen de 'liefhebbers' en de 'pragmatici'. Dus 'haters' scoren lager dan 'voorzichtigen' die weer lager scoren dan de 'liefhebbers' en 'pragmatici'. Dat geldt voor beide seksen, waarbij mannen gemiddeld hoger scoren dan vrouwen. Er is geen significant interactie-effect tussen sekse en rekentypen.[7]



figuur 5: vaardigheidsverschillen per type en per sekse

4 discussie

Dit deelonderzoek van het GNOR kent een aantal opbrengsten. Eén bevinding is dat rekenaars op basis van een vragenlijst met vijf items in te delen zijn in vier goed interpreteerbare typen: 'liefhebbers', 'pragmatici', 'voorzichtigen' en 'haters'. De verwachte bias in onze steekproef blijkt uit de grootten van deze klassen in onze populatie, de groep 'liefhebbers' is de grootste. We verwachten dat in andere steekproeven de omvang van de klassen wel verandert, maar de definitie van de klassen (het patroon van itemantwoorden) grofweg hetzelfde blijft.

We hebben ook vertrouwen in de uitkomsten, omdat we vrijwel dezelfde typologie terugvinden bij mannen en vrouwen. Tussen mannen en vrouwen verschillen de grootte van de groepen sterk, maar de typen zelf zijn redelijk dezelfde.

De sekseverschillen in ons onderzoek zijn sowieso nogal sterk. Onder vrouwen vinden we meer 'haters' en 'voorzichtigen', ook scoren vrouwen wat lager op alle rekenspelletjes. Ook binnen de typen scoren vrouwen systematisch wat lager dan de mannen.

De rekentypologie is gebaseerd op zelfrapportages waarbij men zich kan afvragen of de typen wel verschillen in rekenvaardigheid. Ook dat blijkt het geval te zijn. Op alle spelletjes geldt dat 'haters' lager scoren dan 'voorzichtigen', die weer lager scoren dan de 'liefhebbers' en 'pragmatici'. 'Liefhebbers' en 'pragmatici' scoren even hoog. Deze consistente uitkomsten geven vertrouwen in de typologie die daarom in andere deelonderzoeken van het GNOR gebruikt kunnen worden.

Uiteraard zal de typologie in rekentypen, zoals hier gevonden, gerepliceerd moeten worden in onafhankelijk onderzoek. Daarbij lijkt het verstandig ook andere vragen in de vragenlijst op te nemen. De huidige vragenlijst was niet bedoeld voor deze typologische analyse. Het is onduidelijk of we deze typologie ook bij kinderen zullen terugvinden. Zo ja, dan lijkt het verstandig in het rekenonderwijs rekening te houden met deze rekentypes. Het lijkt onwaarschijnlijk dat een en dezelfde leermethode positief uitvalt voor rekenliefhebbers en rekenhaters.

noten

1 $L2 = 10.3$, $df = 8$, $p = .24$
2 $p = .014$ volgens een nonparametrische bootstrap.
3 chi2 = 263.4, $df = 3$, $p < .001$
4 chi2 = 13.6, $df = 9$, $p = .13$
5 $F(1,1717) = 14.2$, $p < .001$
6 $F(3,1717) = 73.2$, p < .001
7 $F(3,1717) = 1,2$, $p = .32$

literatuur

Heuvel-Panhuizen, M. van den & S. Borkulo (2013). Groot Nationaal Onderzoeken naar Rekenen: inzicht in tafelsommen. In: M. van Zanten (red.). *Rekenen-wiskunde op niveau*. Utrecht: Panama/Universiteit Utrecht (57-67).

Jansen, B. (2013). Emotionele beleving van rekenen - het Groot Nationaal Onderzoek naar Rekenen - In: M. van Zanten (red.). *Rekenen-wiskunde op niveau*. Utrecht: Panama/Universiteit Utrecht 67-79).

Klinkenberg, S., M. Straatemeier & H.L.J. van der Maas (2011). Computer adaptive practice of Maths ability using a new item response model for on the fly ability and difficulty estimation. *Computers & Education, 57*, 1813-1824.

KNAW (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool.* Amsterdam: KNAW

Meredith, W. (1993). Measurement invariance, factor analysis and factorial invariance. *Psychometrika, 58*(4), 525-543.

Mullis, I.V.S., M.O. Martin & P. Foy, P. (2008). *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grade*s. Chestnut Hill, MA: Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.

Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2004). Latent class analysis. *Encyclopedia of Social Science Research Methods.–Sage Publications.–2003*.